



ISSN 2410-2547
DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2018.101>

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

ОПР МАТЕРІАЛІВ І ТЕОРІЯ СПОРУД

Науково-технічний збірник

Випуск 101

Заснований у 1965 р.

КИЇВ 2018

УДК 539.3/6
ББК 30.121+38.112
О-61

Головний редактор *В.А. Баженов*, д-р техн. наук
Заступник головного редактора *С.О. Пискунов*, д-р техн. наук
Відповідальний секретар *О.В. Геращенко*, канд. техн. наук

Редакційна колегія:

<i>П.В. Алявдін</i> , д-р техн. наук (Польща)	<i>А.В. Перельмутер</i> , д-р техн. наук
<i>Ю. Аткичунас</i> , д-р техн. наук (Литва)	<i>О.Ф. Даценко</i> , д-р техн. наук
<i>О.М. Белостоцький</i> , д-р техн. наук (Росія)	<i>П.В. Ясній</i> , д-р техн. наук
<i>І. Елішаков</i> , д-р техн. наук (США)	<i>В.В. Гайдайчук</i> , д-р техн. наук
<i>С.Н. Кривошапко</i> , д-р техн. наук (Росія)	<i>Г.М. Іванченко</i> , д-р техн. наук
<i>С.Ю. Фіалко</i> , д-р техн. наук (Польща)	<i>П.П. Лізунов</i> , д-р техн. наук
<i>Чан Дик Тінг</i> , д-р техн. наук (В'єтнам)	<i>І.І. Солодей</i> , д-р техн. наук
<i>Л.М. Лобанов</i> , д-р техн. наук, академік НАН України	

Рекомендовано до випуску Вченою радою Київського національного університету будівництва і архітектури 23 листопада 2018 р. (протокол №18).

Опір матеріалів і теорія споруд: Науково-технічний збірник. – Вип. 101 / Голов. ред. В.А. Баженов. – К.: КНУБА, 2018. – 122 с. – Укр. та англ. мовами.

У збірнику наведено статті з результатами досліджень у галузі опору матеріалів, будівельної механіки, теорії пружності і пластичності. Особливу увагу приділено розробці й розвитку методів розрахунку міцності, стійкості, динаміки просторових конструкцій з урахуванням геометричної нелінійності, пластичних властивостей руйнування матеріалів; питанням чисельної реалізації рішень на ЕОМ; дослідженню напружено-деформованого стану тіл складної структури при сталих і змінних у часі навантаженнях, включаючи випадкові впливи.

Призначений для наукових працівників, викладачів, виробничників, докторантів, аспірантів та студентів.

Індексація і партнери



<http://opir.knuba.edu.ua/>
Адреса редакційної колегії:
КНУБА, Повітрофлотський пр., 31.
м. Київ, 03037
Тел.: (044) 248-3040
E-mail: omtc@knuba.edu.ua

УДК 539.3/6
ББК 30.121+38.112
О-61
© КНУБА, 2018

УДК 539.3

ПОСТАНОВКА ЕВОЛЮЦІЙНОЇ ГЕОМЕТРИЧНО НЕЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ МЕХАНІКИ РУЙНУВАННЯ ДЛЯ ПРОСТОРОВИХ ТІЛ ОБЕРТАННЯ ТА ПРИЗМАТИЧНИХ ТІЛ

В.А. Баженов,
д-р техн. наук, професор

І.І. Солодей,
д-р техн. наук, старший науковий співробітник

М.О. Вабішевич,
канд. техн. наук

Р.Л. Стригун

*Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ, 03680*

DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2018.101.3-13>

Розглянута постановка задачі механіки руйнування для неоднорідних просторових тіл обертання та призматичних тіл з тріщинами під дією динамічних навантажень з урахуванням великих пластичних деформацій.

Ключові слова: динаміка, великі пластичні деформації, тріщина, призматичні тіла, тіла обертання, напіваналітичний метод скінчених елементів, спеціальний скінчений елемент.

Вступ. Широке використання в різних галузях техніки знаходять елементи та деталі, що представляють собою масивні і тонкостінні тіла обертання та призматичні тіла, які в процесі виготовлення або експлуатації знаходяться в умовах великих пластичних деформацій. Такі режими характерні для прокладок ущільнення, заклепок в сполучних операціях, заготовок при обробці металів тиском (витяжка, осадка) і т.і.

Як правило, під дією зовнішніх факторів, тіла що розглядаються зазнають суттєвої формозміни в умовах динамічного навантаження. Оцінка можливості використання подібних технологічних процесів та експлуатації елементів деталей значною мірою залежить від ймовірності формування та розвитку тріщин. Подальше вдосконалення таких конструктивних рішень залежить від достовірності інформації про особливості зміни картини напружено-деформованого стану виділеного класу об'єктів в процесі деформування. У зв'язку з цим зростає актуальність розробки методів дослідження пластичного формозмінення тіл під дією динамічного навантаження з урахуванням геометричної нелінійності, появи та розвитку тріщин.

1. Постановка задачі. Опис геометричних і механічних характеристик об'єктів, початкових і граничних кінематичних умов, зовнішніх навантажень здійснюється в базисній ортогональній круговій циліндричній або декартовій системах координат $Z^{i'}$.

Для опису напружень та деформацій використовується місцева криволінійна система координат x^i , пов'язана із конфігурацією поперечного перерізу тіла.

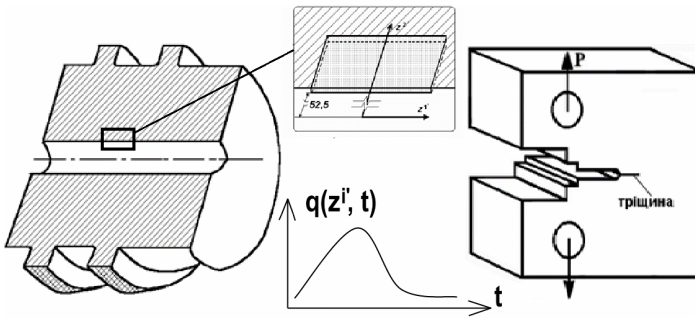


Рис. 1. Тіла обертання та призматичні тіла із тріщинами під дією динамічного навантаження

Вважається, що в будь-якій точці тіла відомий однозначний зв'язок між базисною і місцевою системами координат, який визначається за допомогою прямого і зворотнього тензорів перетворення координат:

$$z^{i'} = \frac{\partial Z^{i'}}{\partial x^j}, \quad x^{i,j'} = \frac{\partial x^i}{\partial Z^{j'}}. \quad (1)$$

Тут і надалі, індекси, що позначені латинськими літерами, приймають значення 1, 2, 3; а грецькими – 1, 2; кома перед індексом показує операцію диференціювання.

Коваріантні компоненти метричного тензора місцевої системи координат можна представити через коваріантні компоненти базисної системи:

$$g_{ij} = z^{m'}_{,i} z^{n'}_{,j} g_{m'n'}. \quad (2)$$

Контраваріантні компоненти знаходяться по відомим коваріантним:

$$g^{ij} = \frac{A(g_{ij})}{g}, \quad (3)$$

де $A(g_{ij})$ - алгебраїчне доповнення до елемента g_{ij} , $g = \det[g_{ij}]$ - визначник матриці.

Місцева система координат x^i пов'язана з матеріальними частками тіла і при навантаженні тіла деформується разом з ним. У цьому випадку зміна метричних характеристик координатної системи в кожній точці є мірою деформації, що дозволяє однозначно визначити геометрію деформованого тіла виходячи з його початкового стану. У подальшому будемо розрізняти три конфігурації тіла: відлікову початкову, відлікову змінну і актуальну. Компоненти метричного тензора цих станів позначимо відповідно \bar{g}_{ij} , g_{ij} , G_{ij} . Відлікову змінну конфігурацію приймаємо досить близькою до актуальної, так щоб у порівнянні з величиною метричного тензора g_{ij} приріст $\Delta G_{ij} = G_{ij} - g_{ij}$ був малою величиною.

Компоненти тензора деформацій ε^{ij} в актуальній конфігурації визначимо, використовуючи міру деформацій Фінгера [6], контраваріантні

компоненти якої дорівнюють відповідним компонентам метричного тензора відлікової початкової конфігурації $F^{ij} = \bar{g}^{ij}$:

$$\varepsilon^{ij} = \frac{1}{2}(F^{ij} - G^{ij}) = \frac{1}{2}(\bar{g}^{ij} - G^{ij}). \quad (4)$$

Використовуючи змінну відлікову конфігурацію можна (4) представити у вигляді суми

$$\varepsilon^{ij} = \frac{1}{2}(\bar{g}^{ij} - g^{ij} + g^{ij} - G^{ij}) = \frac{1}{2}(\bar{g}^{ij} - g^{ij}) + \frac{1}{2}(g^{ij} - G^{ij}) = \bar{\varepsilon}^{ij} + \varepsilon^{ij}, \quad (5)$$

де $\bar{\varepsilon}^{ij} = \frac{1}{2}(\bar{g}^{ij} - g^{ij})$ - деформації тіл у відліковій змінній конфігурації по відношенню до початкового стану; $\varepsilon^{ij} = \frac{1}{2}(g^{ij} - G^{ij})$ - деформації тіла в актуальній конфігурації по відношенню до відлікової змінної.

Подамо деформації ε^{ij} через переміщення $U^{\alpha'}$, задані в базисній системі координат.

На рис. 2 показано положення деякої точки А, що належить меридіональному перетину тіла змінної відлікової і актуальної конфігурації. Нове положення точки А в системі $Z^{i'}$ визначається координатами:

$$Z^{\alpha'} = \bar{Z}^{\alpha'} + U^{\alpha'}. \quad (6)$$

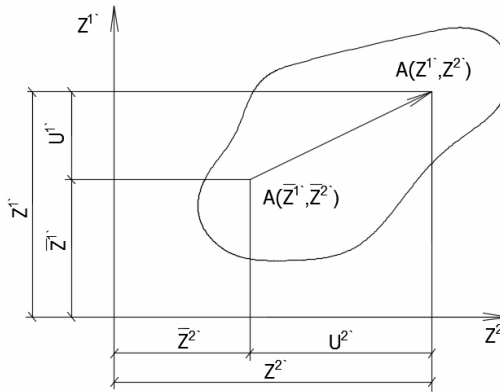


Рис. 2. Змінна відлікова і актуальна конфігурації

Диференціюючи за координатами місцевої системи x^i , отримаємо компоненти тензора перетворень:

$$Z_{,\beta}^{\alpha'} = \bar{Z}_{,\beta}^{\alpha'} + U_{,\beta}^{\alpha'}. \quad (7)$$

Коваріантні компоненти метричного тензора в актуальній конфігурації рівні:

$$G_{\alpha\beta} = \bar{g}_{\alpha\beta} + \Delta G_{\alpha\beta}, \quad G_{33} = \bar{g}_{33} + \Delta G_{33}, \quad (8)$$

де

$$\Delta G_{\alpha\beta} = (Z_{,\alpha}^{\nu'} U_{,\beta}^{\nu'} + Z_{,\beta}^{\nu'} U_{,\alpha}^{\nu'} + U_{,\alpha}^{\nu'} U_{,\beta}^{\nu'}). \quad (9)$$

Контраваріантні компоненти $G^{\alpha\beta}$ визначаються з умови:

$$G^{\alpha\beta} G_{\beta\gamma} = \delta_\gamma^\alpha, \\ G^{\alpha\beta} G_{\beta\gamma} - \delta_\gamma^\alpha = (\bar{g}^{\alpha\beta} + \Delta G^{\alpha\beta})(\bar{g}_{\beta\gamma} + \Delta G_{\beta\gamma}) - \delta_\gamma^\alpha = 0. \quad (10)$$

Відкидаючи вираз малих величин $\Delta G^{\alpha\beta} \Delta G_{\beta\gamma}$, отримаємо:

$$\Delta G^{\alpha\beta} \bar{g}_{\beta\gamma} + \bar{g}^{\alpha\beta} \Delta G_{\beta\gamma} = 0, \\ \Delta G^{\alpha\eta} \bar{g}_{\beta\gamma} = -\bar{g}^{\alpha\beta} \Delta G_{\beta\gamma} \bar{g}^{\eta\gamma}. \quad (11)$$

Повертаючись до (5), із врахуванням (11) маємо:

$$\Delta \varepsilon^{ij} = \frac{1}{2}(\bar{g}^{ij} - G^{ij}) = \frac{1}{2}(\bar{g}^{ij} - \bar{g}^{ij} + G^{im} \Delta G_{mn} G^{ny}) \approx \frac{1}{2} \bar{g}^{im} \bar{g}^{jn} \Delta G_{mn}. \quad (12)$$

Для неоднорідних кругових тіл обергання та призматичних прямокутних тіл із змінною площею поперечного перерізу, в силу збіжності x^3 і Z^3 , та ортогональності їх до площини поперечного перерізу в циліндричній системі координат ($0 \leq x^3 \leq 2\pi$):

$$z'_{,\alpha} = z'_{,3} = 0, \quad z'_{,3} = 1, \quad (13)$$

в декартовій ($0 \leq x^3 \leq 2$):

$$z'_{,\alpha} = z'_{,3} = 0, \quad z'_{,3} = a, \quad (14)$$

де a – половина довжини тіла.

Враховуючи (13) і (14), коваріантні компоненти деформації актуальної конфігурації відносно змінної відлікової приймають вигляд в ортогональній циліндричній системі координат:

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(z'_{,\alpha} u'_{\gamma',\beta} + z'_{,\beta} u'_{\gamma',\alpha} \right), \\ \varepsilon_{\alpha 3} = \frac{1}{2} \left(u_{3',\alpha} + z'_{,\alpha} u'_{\gamma',3} - \frac{2z'_{,\alpha} u_{3'}}{Z^{2'}} \right), \quad (15)$$

$$\varepsilon_{33} = u_{3',3} + Z^{2'} u_{2'},$$

в декартовій:

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(z'_{,\alpha} u'_{\gamma',\beta} + z'_{,\beta} u'_{\gamma',\alpha} \right), \\ \varepsilon_{\alpha 3} = \frac{1}{2} \left(a u_{3',\alpha} + z'_{,\alpha} u'_{\gamma',3} \right), \quad (16) \\ \varepsilon_{33} = a u_{3',3}.$$

Згідно до прийнятих гіпотез геометричні рівняння (12) справедливі при малих деформаціях $\Delta \varepsilon_{ij}$ і великих переміщеннях, а (15) і (16) тільки при малих деформаціях і малих переміщеннях.

Повні напруження можна представити у вигляді:

$$\sigma^{ij} = \bar{\sigma}^{ij} + \Delta \sigma^{ij}, \quad (17)$$

де $\bar{\sigma}^{ij}$ – напруження, досягнуті під час деформування тіла у відліковій конфігурації, $\Delta\sigma^{ij}$ - збільшення напружень, обумовлене деформаціями тіла при деформації від змінної відлікової до актуальної конфігурації.

Компоненти тензора напружень в місцевій системі координат виражаються через компоненти тензора деформацій на основі узагальненого закону Гука [3]:

$$\sigma^{ij} = d^{ijkl} \varepsilon_{kl}. \quad (18)$$

В ізотропному тілі компоненти тензора пружних сталих d^{ijkl} пов'язані з коефіцієнтами Ляме λ і μ співвідношеннями [3, 5]:

$$d^{ijkl} = \lambda g^{ij} g^{kl} + \mu (g^{il} g^{jk} + g^{jl} g^{ik}), \quad (19)$$

де $\lambda = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}$, $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$, $E = E(Z^i)$, $\nu = \nu(Z^i)$ - значення модуля пружності і коефіцієнта Пуассона в точці тіла, що розглядається.

Припускається, що в процесі навантаження в об'ємі тіла виникають пружні ε_{ij}^e і миттєві пластичні ε_{ij}^p деформації. Опис пластичного деформування матеріалу ґрунтується на наступних загальних гіпотезах та припущеннях, що базуються на експериментальних даних [3]:

1. Матеріал тіла однорідний і ізотропний, зміна його об'єму - лінійно-пружна:

$$\varepsilon_{kk}^p = 0. \quad (20)$$

2. Компоненти тензора приросту деформацій $d\varepsilon_{ij}$ складаються з приросту пружних $d\varepsilon_{ij}^e$ і пластичних $d\varepsilon_{ij}^p$ складових:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p. \quad (21)$$

3. Зворотна частина тензора приросту деформацій однозначно пов'язана з тензором напружень і його приростом:

$$d\varepsilon_{ij}^e = k_{ijkl} d\sigma^{kl} + dk_{ijkl} \sigma^{kl}. \quad (22)$$

4. Область пружних деформацій обмежена поверхнею текучості, рівняння якої в просторі напружень має вигляд:

$$f(\sigma^{ij}, \chi) = 0, \quad (23)$$

де χ - параметр зміцнення.

5. У відповідності з асоційованим законом пластичної течії пластичні деформації розвиваються по нормалі до поверхні текучості:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial S_{ij}} = d\lambda S_{ij}. \quad (24)$$

Для ізотропно зміцнюваного матеріалу при умові текучості Мізеса рівняння поверхні має вигляд:

$$f = \frac{1}{2} S_{ij} S^{ij} - \tau_s^2(\chi), \quad (25)$$

де τ_s - границя текучості при чистому зсуві, $\chi = \int \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p}$ - параметр

Одквіста, $S^{ij} = \sigma^{ij} - \sigma_0 g^{ij}$ - компоненти девіатора напружень, $\sigma_0 = \frac{1}{3} \sigma^{ij} g_{ij}$.

Рух неоднорідного ізотропного тіла, об'ємом V , обмеженого поверхнею S описується рівнянням, що є наслідком принципу Д'Аламбера, покомпонентна форма якого в криволінійній системі координат приймає вигляд:

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\sqrt{g} z_{,k}^{j'} \sigma^{ki} \right) + f^{j'} = \rho \ddot{u}^{j'}. \quad (26)$$

Однозначність розв'язання (26) забезпечується запровадженням відповідних початкових і граничних умов. Початкові умови становить відомий розподіл переміщень та швидкостей в тілі у деякий фіксований момент часу t_0 , який приймається за початок часової координати:

$$u(Z^{i'}, t_0) = u_0(Z^{i'}), \quad \dot{u}(Z^{i'}, t_0) = \dot{u}_0(Z^{i'}), \quad Z^{i'} \in V. \quad (27)$$

Припускається, що на частині поверхні S_u задані кінематичні граничні умови:

$$u(Z^{i'}, t) = \tilde{u}(Z^{i'}, t), \quad Z^{i'} \in S_u, \quad (28)$$

а на поверхні S_p з нормаллю $\bar{n} = n_j e^j$ - довільно орієнтована у просторі та у часі система навантажень:

$$z_{,i}^{k'} \sigma^{ij} n_j = \tilde{p}(Z^{k'}, t), \quad Z^{k'} \in S_p. \quad (29)$$

При нелінійному деформуванні матеріалу, корекція напружень на кожній ітерації кроку за часом здійснюється згідно з методикою Уілкінса за наступною формулою [4]:

$$\sigma^{ij,t+\Delta t} = \sigma_0^{ij,t+\Delta t} + S^{ij,t+\Delta t} \frac{\tau_s^{t+\Delta t}}{T^{t+\Delta t}}, \quad (30)$$

де σ_0^{ij} - компоненти шарового тензору, $T = \sqrt{1/2 S_{ij}^e S_e^{ij}}$ - інтенсивність дотичних напружень. Корекція напружень за формулою (30) виконується тільки за умови, коли $\tau_s^{t+\Delta t} < T^{t+\Delta t}$.

2. Параметри руйнування матеріалу. Розглядаються просторові тіла з поздовжніми та поперечним тріщинами, що розвиваються.

Застосування J-інтеграла Черепанова-Райса (рис. 3), як основного параметра тріщиностійкості, при дослідженні стаціонарних тріщин в умовах статичних та динамічних навантажень в межах пружних деформацій показало високу ефективність та достовірність.

$$J_k(t) = \frac{1}{\Delta} \int_S \left[(W + T) n_k - f_i \frac{\partial u_i}{\partial x^k} \right] dS. \quad (31)$$

Тут $S = S_k + S_1 + S_2$ - поверхня інтегрування, n_k - проекція на вісь x^k одиничної зовнішньої нормалі до поверхні S , f_i - проекція на вісь x^k вектора зусиль на поверхні S , u - переміщення, W і T - потенціальна та кінетична енергії відповідно.

Однак в умовах розвитку тріщини при наявності пластичної течії та довільної історії навантаження необхідним є застосування іншого параметру руйнування, який може врахувати особливості поведінки тіла з тріщиною в зазначених умовах.

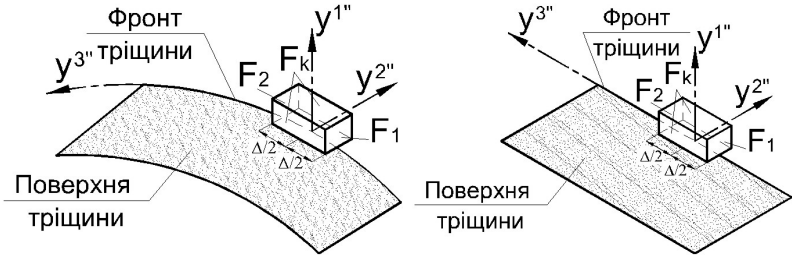


Рис. 3. Застосування J-інтеграла Черепанова-Райса

Одним з таких параметрів є T-інтеграл, вираз для запису якого містить додатковий член у вигляді інтегралу по області, який враховує наявність масових сил та навантажень, прикладених до поверхонь тріщини

$$T^* = \int_{\Gamma_\varepsilon} ((W+T)n_1 - t_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1}) d\Gamma \equiv \int_{\Gamma+S_{c\Gamma}} ((W+T)n_1 - t_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1}) d\Gamma - \int_{V_\Gamma-V_\varepsilon} \left[\left(\frac{\partial W}{\partial x_1} - \sigma_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x_1} \right) + \rho (\dot{u}_i \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_1} - \ddot{u}_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1}) + f_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right] dv, \quad (32)$$

де W - повна робота напружень в матеріальній точці, яка визначається згідно:

$$W = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}, \quad (33)$$

а $\frac{\partial W}{\partial x_1}$ розраховується безпосередньо шляхом обчислення в двох точках, які знаходяться на нескінченно малій відстані одна від одної.

3. Проблемно-орієнтовані скінченні елементи. При чисельному дослідженні об'єктів з рухомою тріщиною на основі методу скінчених елементів, як правило застосовують стаціонарну [1] або рухому сітку [1, 9, 10].

Відмінність першої полягає в переносі вершини тріщини з одного вузла на інший без порушення топології скінчено елементної сітки.

$$\int_V (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} + \rho \dot{u}_i \delta u_i) dV - \int_{S_\sigma} \bar{T}_i \delta u_i dS - \int_{CD} \delta (T_2 u_2) dS = 0. \quad (34)$$

При застосуванні другого підходу при рості тріщини змінюється або вся сітка, або рухається тільки сітка малої області, яка оточує вершину тріщини.

Для розв'язання динамічних задач механіки руйнування в рамках напіваналітичного метода скінченних елементів пропонується проблемно-орієнтований скінченний елемент з тріщиною (рис. 4), що враховує непроникнення її берегів. Необхідність такої модифікації викликана спостереженнями за хвилями напружень різних знаків в задачах динаміки в області тріщини.

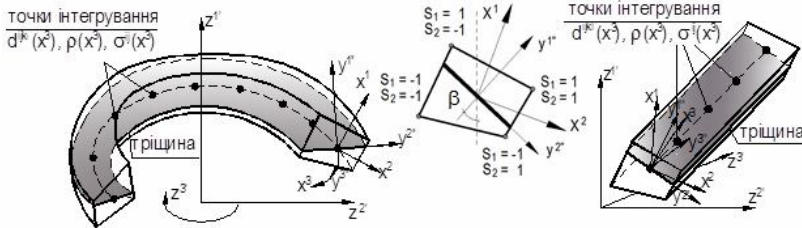


Рис. 4. Скінченний елемент із тріщиною

$$\begin{aligned} \sigma^{1''1''} &\leq 0, \quad \sigma^{1''2''} = 0, \quad \sigma^{1''3''} = 0, \\ \sigma^{1''1''} &= 0 - \text{розкриття берегів тріщини}, \\ \sigma^{1''1''} &\neq 0 - \text{контакт берегів тріщини}. \end{aligned} \tag{35}$$

$$\begin{aligned} d_*^{mnst} &= d^{mnst} - d_p^{mnst} - d_c^{mnst} - d_q^{mnst}, \\ d_p^{mnst} &= \frac{2\mu}{1 + \lambda/2\mu} S^{mn} S^{st}, \quad S^{mn} = \frac{\lambda}{2\mu} g^{mn} + C_1^m C_1^n \\ d_c^{mnst} &= \mu(r_1^{ns} r_2^{mt} + r_1^{ms} r_2^{nt} + r_1^{nt} r_2^{ms} + r_1^{mt} r_2^{ns}), \\ d_q^{mnst} &= \mu(r_1^{ns} r_3^{mt} + r_1^{ms} r_3^{nt} + r_1^{nt} r_3^{ms} + r_1^{mt} r_3^{ns}), \\ r_i^{ms} &= C_{(i'')}^m C_{(i'')}^s, \quad C_i^m = C_k^m C_i^{k'}, \quad C_i^{k'} = \cos(Z^{k'} \wedge y_i^{i''}). \end{aligned} \tag{36}$$

При виникненні рівня напружень, що перевищують межу текучості, використовується алгоритм заснований на поєднанні метода додаткових навантажень та ітераційної процедури Н'ютона-Канторовича

$$d\sigma^{ij} = d\varepsilon_e^{ijkl} d\varepsilon_{kl}, \tag{39}$$

$$d\varepsilon_e^{ijkl} = d^{ijkl} - \frac{4G^2 S^{ij} S^{kl}}{\gamma}, \tag{40}$$

де $\gamma = 4\tau_s^2 \left(G + \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\partial \tau_s}{\partial \chi} \right)$, $\chi = \int \sqrt{\frac{2}{3}} d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p$.

$$df = \frac{\partial f}{\partial S^{ij}} dS^{ij} + \frac{\partial f}{\partial \chi} d\chi = 0, \quad d\lambda = \frac{S_{ij} d^{ijkl} d\varepsilon_{kl}}{\gamma}. \tag{41}$$

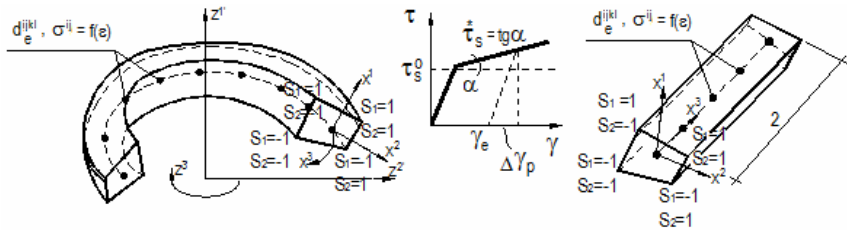


Рис. 5. Скінченний елемент для моделювання пластичних деформацій

Висновки. На основі нових розв'язувальних співвідношень і рівнянь динамічної рівноваги напівааналітичного методу скінченних елементів розглянута постановка задачі чисельного моделювання нестационарного деформування і руйнування неоднорідних тіл обертання і призматичних тіл складної конфігурації і структури з урахуванням великих пластичних деформацій та наявності тріщин.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Атлурі С.* Вычислительные методы в механике разрушения.- Москва: Мир, 1990. - 392с.
2. *Баженов В.А., Вабіщевіч М.О., Гуляр О.І., Солодей І.І.* Особливості обчислення коефіцієнтів інтенсивності напружень при динамічному навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник. - К.:КНУБА, Вип.82, 2008. - С. 39-47.
3. *Блох В.І.* Теория упругости / [Блох В.И.] - Харьков: Изд-во Харьк. ун-та.- 1964. -483с.
4. *Качанов Л.М.* Основы теории пластичности.- М.: Изд. техн.-теор. лит., 1963.- 327 с.
5. *Коротких Ю.Г., Белевич С.М.* // Методы решения задач упругости и пластичности.- Горький, 1969.- С.134-141.
6. *Лур'є А.І.* Нелінійна теорія пружності. М.: Наука, 1980. - 512с.
7. *Солодей І.І., Вабіщевіч М.О., Гуляр О.І., Сахаров О.С.* Обчислення коефіцієнта інтенсивності напружень в нестационарних задачах динаміки просторових тіл на основі енергетичного підходу // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник – К.:КНУБА, Вип.83, 2009. - С. 39-47.
8. *Солодей І.І., Вабіщевіч М.О., Гуляр О.І.* Розв'язання нестационарних задач механіки руйнування на основі апроксимації тріщини спеціальними скінченими елементами // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник – К.:КНУБА, Вип.85, 2009.- С. 38-53.
9. *Atluri S. N., Nishioka T.* Hybrid methods of analysis. - Unification of Finite Element Methods, Ed. N. Kardestuncer. — Amsterdam: North-Holland, 1984, p. 65-96.
10. *Yagama G., Sakai Y., Ando Y.* Analysis of a rapidly propagating crack using finite elements. - Fast Fracture and Crack Arrest, Eds. G.T. Hahn, M.F. Kanninen, ASTM STP 627, 1977, p. 109-122.

REFERENCES

1. *Atluri S.* Vyichislitelnyye metody v mehanike razrusheniya. (Computational methods in fracture mechanics)- Moskva: Mir, 1990.- 392s.
2. *Bazhenov V.A., VabIshevich M.O., Gulyar O.I., Solodei I.I.* Osoblivosti obchisleniya koeffitsientiv intensivnosti napruzhen pri dinamichnomu navantazhenii (Features of the calculation of stress intensity factors under dynamic loading) // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tehn. zbirnik. - K.:KNUBA, Vip.82, 2008.-s.39-47.
3. *Bloh V.I.* Teoriya uprugosti (Theory of elasticity) / [Bloh V.I.] - Harkov: Izd-vo Hark. un-ta.- 1964. -483с.
4. *Kachanov L.M.* Osnovy teorii plastichnosti (The basics of plasticity theory).- М.: Izd. tekhniko-teoretich. lit., 1963.- 327 s.
5. *Korotkih Yu.G.* Osnovnyie uravneniya termoplastichnosti pri slozhnom nagruzhении / Korotkih Yu.G., Belevich S.M. (Fundamentals of the theory of plasticity) // Metodyi resheniya zadach uprugosti i plastichnosti.- Gorkiy, 1969.- S.134-141.

6. *Lurie A.I.* Nelineynaya teoriya pruzhnosti (Nonlinear theory of elasticity). M.: Nauka, 1980, 512s.
7. *Solodei I.I., VabIschevich M.O., Gulyar O.I., Saharov O.S.* Obchislennyya koefltsienta intensivnosti napruzhen v nestatsionarnih zadachah dinamiki prostorovih tIl na osnovi energetichnogo pidhodu (Calculation of stress intensity factor in non-stationary problems of spatial body dynamics on the basis of the energy approach)// *Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tehn. zbirnik* – K.:KNUBA, Vip.83, 2009.-s.39-47.
8. *Solodei I.I., VabIschevich M.O., Gulyar O.I.* Rozv'yazannya nestatsionarnih zadach mehaniki ruynuvannya na osnovi aproksimatsiyi trischini spetsialnimi skinchenimi elementami (Solving non-stationary problems of fracture mechanics on the basis of crack approximation by special finite elements) // *Opir materialiv I teoriya sporud: nauk.-tehn. zbirnik* – K.:KNUBA, Vip.85, 2009.-s.38-53.
9. *Atluri S.N., Nishioka T.* Hybrid methods of analysis. — Unification of Finite Element Methods, Ed. N. Kardestuncer. — Amsterdam: North-Holland, 1984, p. 65-96.
10. *Yagama G., Sakai Y., Ando Y.* Analysis of a rapidly propagating crack using finite elements. - *Fast Fracture and Crack Arrest*, Eds. G. T. Hahn., M. F. Kanninen, ASTM STP 627, 1977, p. 109—122.

Стаття надійшла 22.10.2018

Bazhenov V.A., Solodei I.I., Vabishchevych M.O., Strygun R.L.

EVOLUTIONARY GEOMETRICALLY NONLINEAR PROBLEM OF THE FRACTURE MECHANICS FOR PRISMATIC BODIES AND BODIES OF REVOLUTION

This article is about the creation of a new task, which greatly expands the class of objects is investigated, both in the geometric and physical characteristics.

To research selected objects, each of which has characteristic features, which requires both correction methods developed in previous works, and creating new ones.

One such object is a reference device, which is a cyclically symmetric body with the limiting case of heterogeneity, that is, the object contains cuts that break the axial symmetry of the form. In addition, as was shown in the works of Bazhenov, Guliar, Topor, Solodei, under quasi-static and dynamic loads at the boundaries of the compounds of the cylindrical part with the tabs having a zone of plastic flow.

If there are cracks in these areas, subject to dynamic loads, the application of traditional approaches to determining the fracture toughness of the object is impossible, because the task parameters do not meet the restrictions which are imposed on the use of the SIF or the J-integral.

For example, studies of the dynamic deformation containment with a longitudinal crack should be analyze the effectiveness of the new parameter fracture toughness, which is in contrast to the J-integral Cherepanov-Rice, not to have restrictions regarding the availability of the loads applied on the crack edges.

It is planned to develop on the basis of SAFEM new approaches for determination of fracture toughness parameters in the spatial bodies with dissimilar physical and mechanical properties in the presence of cracks that develop under the action of dynamic loads.

Key words: dynamics, large plastic deformations, crack, prismatic body, body rotation, semianalytic finite element method, special finite element.

Баженов В.А., Солодей И.И., Вабищевич М.О., Стригун Р.Л.

ПОСТАНОВКА ЭВОЛЮЦИОННОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ ДЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ И ПРИЗМАТИЧЕСКИХ ТЕЛ

Рассмотрена постановка задачи механики разрушения для неоднородных пространственных тел вращения и призматических тел с трещинами под действием динамических нагрузок с учетом больших пластических деформаций.

Ключевые слова: динамика, большие пластические деформации, трещина, призматические тела, тела вращения, полуаналитический метод конечных элементов, специальный конечный элемент.

УДК 539.3

Баженов В.А., Солодей І.І., Вабищевич М.О., Стригун Р.Л. **Постановка еволюційної геометрично нелінійної задачі механіки руйнування для просторових тіл обертання та призматичних тіл** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2018. – Вип. 101. – С. 3-13.

Розглянута постановка задачі механіки руйнування для неоднорідних просторових тіл обертання та призматичних тіл з тріщинами під дією динамічних навантажень з урахуванням великих пластичних деформацій.

Л. 5. Бібліог. 10 назв.

Bazhenov V.A., Solodei I.I., Vabishchevych M.O., Strygun R.L. **Evolutionary geometrically nonlinear problem of the fracture mechanics for prismatic bodies and bodies of revolution** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 101. – P. 3-13.

Рассмотрена постановка задачи механики разрушения для неоднородных пространственных тел вращения и призматических тел с трещинами под действием динамических нагрузок с учетом больших пластических деформаций.

Fig. 5. Ref. 10.

Баженов В.А., Солодей І.І., Вабищевич М.О., Стригун Р.Л. **Постановка еволюційної геометрически нелинейной задачі механіки руйнування для просторових тіл обертання та призматичних тіл** // Сопrotивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2018. – Вип. 101. – С. 3-13.

Рассмотрена постановка задачи механики разрушения для неоднородных пространственных тел вращения и призматических тел с трещинами под действием динамических нагрузок с учетом больших пластических деформаций.

Лл. 5. Библиог. 10 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, академік Національної академії педагогічних наук України, директор НДІ будівельної механіки *БАЖЕНОВ Віктор Андрійович*

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, *БАЖЕНОВУ Віктору Андрійовичу*

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29;

Мобільний тел.: +38(067) 111-22-33;

E-mail: vikabazh@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5802-9848>

Автор: доктор технічних наук, старший науковий співробітник,

Зав. відділом НДІ будівельної механіки Солодей Іван Іванович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр. 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044) 241-55-55

Мобільний тел.: +38(050)357-44-90

E-mail: isolodey@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7638-3085>

Автор: кандидат технічних наук, докторант кафедри будівельної механіки

Вабищевич Максим Олегович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр. 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044) 241-55-55

Мобільний тел.: +38(050)928-40-97

E-mail: vabix@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-0755-5186>

Автор: Стригун Руслан Леонідович

Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044) 241-55-55

UDC 539.3

WAVELET TRANSFORM USING FOR ANALYSIS OF VIBROIMPACT SYSTEM CHAOTIC BEHAVIOR

V.A. Bazhenov

O.S. Pogorelova

T.G. Postnikova¹

O.O. Lukianchenko

*Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotskiy avenu, Kyiv, Ukraine*

DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2018.101.14-25>

Chaotic behaviour of dynamical systems, their routes to chaos, and the intermittency are interesting and investigated subjects in nonlinear dynamics. The studying of these phenomena in non-smooth dynamical systems is of the special scientists' interest. In this paper we apply relatively young mathematical tool – continuous wavelet transform CWT – for investigating the chaotic behavior and intermittency in particular in strongly nonlinear non-smooth discontinuous 2-DOF vibroimpact system. We show that CWT applying allows to detect and determine the chaotic motion and the intermittency with great confidence and reliability, gives the possibility to demonstrate route to chaos via intermittency, to distinguish and analyze the laminar and turbulent phases.

Keywords: vibroimpact system, chaotic behaviour, intermittency, continuous wavelet transform, surface of wavelet coefficients.

1. Introduction

The wavelet transform (WT) is a relatively new mathematical tool for analysis or synthesizing a wide variety of generic signals at different frequencies and with different resolution. WT arose in 80-th years of XX century. Now it is state-of-art technique for nonstationary signals analysis. There are quite a few articles and books and textbooks written on them [1-6]. There is developed Software: Wavelet Toolbox in Matlab, Mathcad and so on [7, 8].

Mathematical transformations are applied to signals to obtain a further information from that signal that is not readily available in the raw signal. There is number of transformations that can be applied, among which the Fourier transforms (FT) are probably by far the most popular.

The FT gives the frequency information of the signal, which means that it tells us how much of each frequency exists in the signal, but it does not tell us when in time these frequency components exist. This information is not required when the signal is so-called stationary. When the signal is not stationary it is suitably to use the WT, more exactly when the time localization of the spectral components are needed, a transform giving the time-frequency representation of the signal is needed. The Wavelet transform is a transform of this type. It provides the time-frequency representation. (There are other transforms which give this information too, such as short time Fourier transform, Wigner distributions, etc.). Wavelet transform is capable of providing the time and

¹ Corresponding author.

E-mail address: posttan@ukr.net

frequency information simultaneously, hence giving a time-frequency representation of the signal. The WT was developed as an alternative to the short time Fourier Transform (STFT).

Like the FT the continuous wavelet transform (CWT) uses inner products to measure the similarity between a signal and an analyzing function. In the FT the analyzing functions are the complex exponents $e^{j\omega t}$. The resulting transform is a function of a single variable ω . In the STFT the analyzing functions are windowed complex exponentials $w(t)e^{j\omega t}$, and the result is the function of two variables. The STFT coefficients $F(\omega, \tau)$ represent the match between the signal and a sinusoid with angular frequency ω in an interval of a specified length centered at τ .

In CWT the analyzing function is a wavelet ψ . The CWT compares the signal to shifted and compressed or stretched versions of a wavelet. Stretching or compressing a function is collectively referred to as dilatation or scaling and corresponds to the physical notion of scale. By comparing the signal to the wavelet at various scales and positions we obtain a function of two variables. There are many different admissible wavelets that can be used in the CWT. While it may seem confusing that there are so many choices for the analyzing wavelet it is actually a strength of wavelet analysis. Depending on what signal features we are trying to detect, we are free to select a wavelet that facilitates our detection of that feature.

We apply the continuous wavelet transform CWT in order to study the chaotic behavior in general and route to chaos via intermittency in particular for vibroimpact system.

Chaotic behavior occurs in many phenomena: mechanical, engineering, experimental physical, medical, biology, and so on. The studying of such phenomena was begun in 80-th years of XX century too when the behaviour of different dynamical systems began to be described by nonlinear differential equations. Now the theory of chaotic vibrations is well developed and is continuing to develop further. There are many textbooks, monographs and papers about it [9, 10]. There are many special journals devoted to different questions on nonlinear dynamics in general and on chaos in particular (for example, an Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science “Chaos, Solitons & Fractals”, an International Journal of Nonlinear Dynamics and Chaos in Engineering Systems “Nonlinear Dynamics”). The numerous conferences are holding in many countries of the world (for example, 7th International conference on Nonlinear Science and Complexity (NSC2018) in México, Fourth International Conference on Recent Advances in Nonlinear Mechanics RANM 2019 in Poland).

Vibroimpact system is strongly nonlinear dynamical system, its motion is describing by nonlinear differential equations. So its behaviour is typically nonlinear one: the stable motion regions are changing by unstable ones, periodic motion is replacing by quasiperiodic one, which then turns into chaotic [10-12]. The analysis gets complicated by the non-smoothness of vibroimpact system because its motion equations are discontinuous due the impacts. It is known three main routes to chaos in nonlinear systems – the Feigenbaum route via period doubling, quasiperiodic route to chaos [13, 14], and route to chaos via

intermittency [15]. This later route has big complexity for analysis. At first it occurs much less then route via period doubling (which occurs the most often and is studied in the best way). At second “the catching” of intermittency in system motion is not such simple task. The continuous wavelet transform CWT is useful exactly for this task solving.

The chaotic motion and the intermittency in different mechanical and physical systems were studied in [16-22] with WT applying.

The aim of this paper is: to apply the wavelet transform WT for studying of vibroimpact system motion and to show its use for intermittency “catching” and chaoticity analysis.

2. The initial equations

For this goal achievement we consider the model of 2-DOF two-body vibroimpact system which we have studied it our previous works [13, 14, 23] and have obtained the-frequency response [23] in wide range of control parameter by parameter continuation method (Fig. 1). Therefore here we’ll give only short model description.

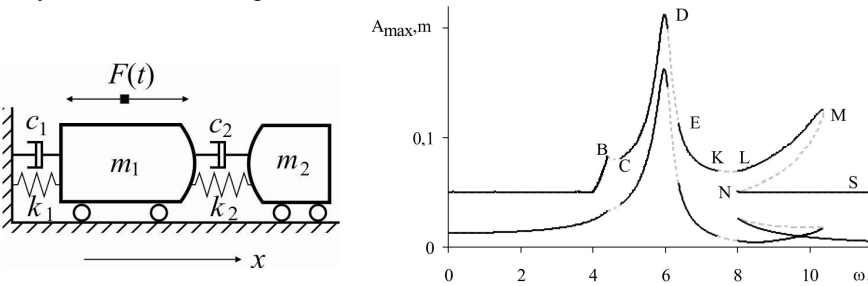


Fig. 1. Vibroimpact system model and amplitude-frequency response

This model is formed by the main body m_1 and attached one m_2 , which can play the role of percussive or non-percussive dynamic damper. Bodies are connected by linear elastic springs with stiffness k_1 and k_2 and dampers with damping coefficients c_1 and c_2 . (The damping force is taken as proportional to first degree of velocity with coefficients c_1 and c_2 .)

The differential equations of its movement are:

$$\ddot{x}_1 = -2\xi_1\omega_1\dot{x}_1 - \omega_1^2 x_1 - 2\xi_2\omega_2\chi(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - \omega_2^2\chi(x_1 - x_2 + D) + \frac{1}{m_1}[F(t) - F_{con}(x_1 - x_2)] \tag{1}$$

$$\ddot{x}_2 = -2\xi_2\omega_3(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - \omega_1^2(x_2 - x_1 - D) + \frac{1}{m_1}F_{con}(x_1 - x_2)$$

where $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$, $\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$; $\xi_1 = \frac{c_1}{2m_1\omega_1}$, $\xi_2 = \frac{c_2}{2m_2\omega_2}$; $\chi = \frac{m_2}{m_1}$.

External loading is periodic one: $F(t) = P \cos(\omega t + \varphi_0)$, $T = 2\pi/\omega$ is its period.

Impact is simulated by contact interaction force F_{con} according to contact quasistatic Hertz’s law:

$$F_{con}(z) = K[H(z)z(t)]^{3/2},$$

$$K = \frac{4}{3} \frac{q}{(\delta_1 + \delta_2)\sqrt{A+B}}, \quad \delta_1 = \frac{1-\mu_1^2}{E_1\pi}, \quad \delta_2 = \frac{1-\mu_2^2}{E_2\pi}, \quad (2)$$

where $z(t)$ is the relative closing in of bodies, $z(t) = x_2 - x_1$, A , B , and q are constants characterizing the local geometry of the contact zone; μ_i and E_i are respectively Poisson's ratios and Young's modulus for both bodies, $H(z)$ is the discontinuous step Heviside function. The numerical parameters of this system are following:

$$m_1 = 1000 \text{ kg}, \quad \omega_1 = 6.283 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}, \quad \xi_1 = 0.036, \quad E_1 = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ N}\cdot\text{m}^2, \quad \mu_1 = 0.3,$$

$$m_2 = 100 \text{ kg}, \quad \omega_2 = 5.646 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}, \quad \xi_2 = 0.036, \quad E_2 = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ N}\cdot\text{m}^2, \quad \mu_2 = 0.3,$$

$$P = 500 \text{ N}, \quad A = B = 0.5 \text{ m}^{-1}, \quad q = 0.318.$$

3. Chaoticity analysis

Here we consider the region DE where the main (1,1)-periodic regime (regime with period $1T$ and 1 impact per cycle) is unstable one. Let us have a look what regimes are realising at this region. The largest Lyapunov exponent dependence on control parameter ω is depicted at Fig.2 [24].

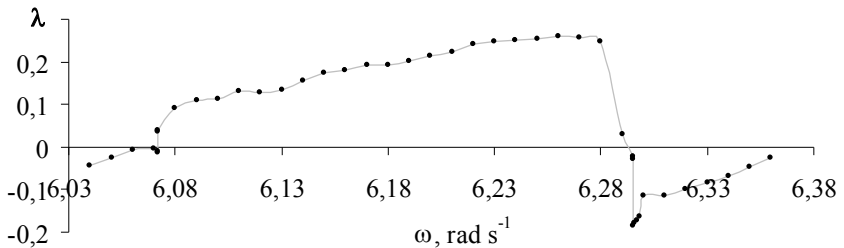


Fig.2. The largest Lyapunov exponent dependence on control parameter ω

The regions $\omega < 6.07 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ and $\omega > 6.29 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ correspond to periodic motions because the largest Lyapunov exponents are negative. The region $6.07 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1} < \omega < 6.29 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ corresponds to chaotic regime because the largest Lyapunov exponents are positive. How is the transition to chaos carried out? Here we'll not discuss this problem. We'll tell only that (1,1)-regime under $\omega = 6.07 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ and $\omega = 6.29 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ becomes the (2,2)-regime (regime with period $2T$ and 2 impact per cycle), under $\omega = 6.3 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ it becomes the (2,3)-regime. We don't observe the further period doubling, Feigenbaum's route to chaos doesn't realize under these frequencies. But then we observe intermittency under some frequencies inside the chaotic motion. This phenomenon will be described in sec.4.

Now we'll look more in details at chaotic motion.

Let us look how the continuous wavelet transform (CWT) helps to detect this oscillatory regime.

At first for the comparison we'll show how (1,1) and (2,2) regimes look at wavelet surface projection.

At Fig. 3 and Fig. 4 the time series and wavelet surface projections for these regimes are depicted. We fulfilled CWT with Morlet wavelet using.

It is well seen one high frequency at Fig. 3 which is constant in time, it doesn't change in time. At Fig. 4 there are two high frequencies which are constant in time, they don't change in time.

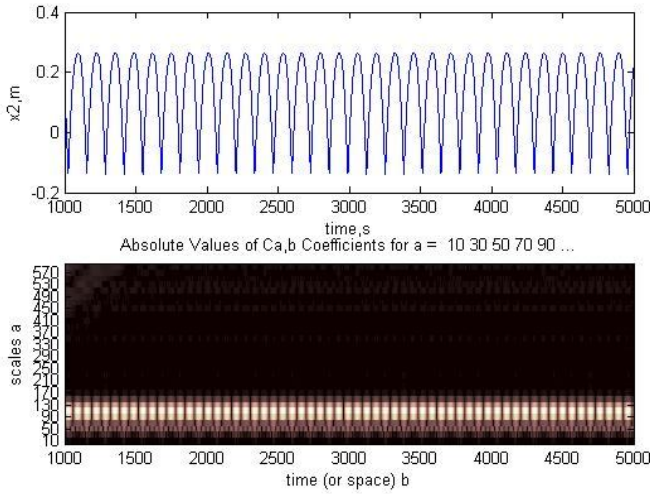


Fig. 3. Time series and wavelet surface projection for (1,1)-regime under $\omega=6.06 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ (Color online)

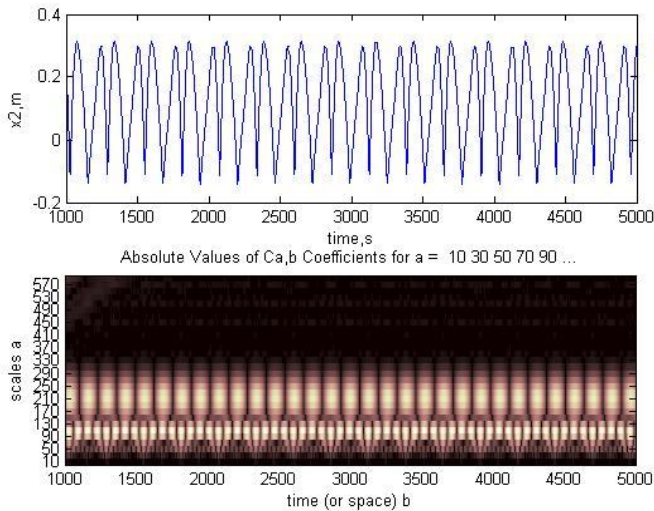


Fig. 4. Time series and wavelet surface projection for (2,2)-regime under $\omega=6.07 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ (Color online)

At Fig. 5 the surface of wavelet coefficients for (1,1)-regime is shown for comparison. We see well that one high frequency is constant in time, it doesn't change in time.

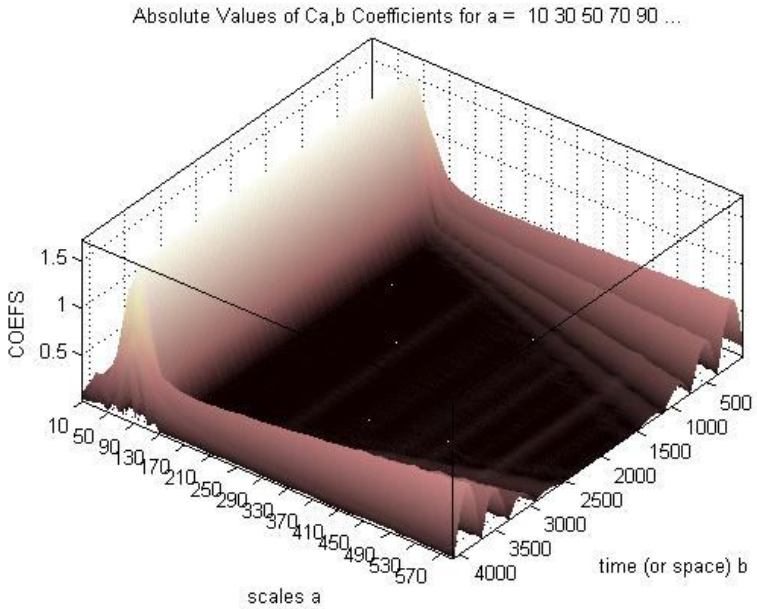


Fig. 5. Surface of wavelet coefficients (3D plot) for (1,1)-regime under $\omega=6.06 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ (Color online)

Here and further all plots are fulfilled for attached body. Its mass is much less the main body mass. So its oscillatory amplitudes are more big and their changes are seen better, so the plots are more obvious ones.

For chaotic motion we show time series and wavelet surface projection at Fig. 6.

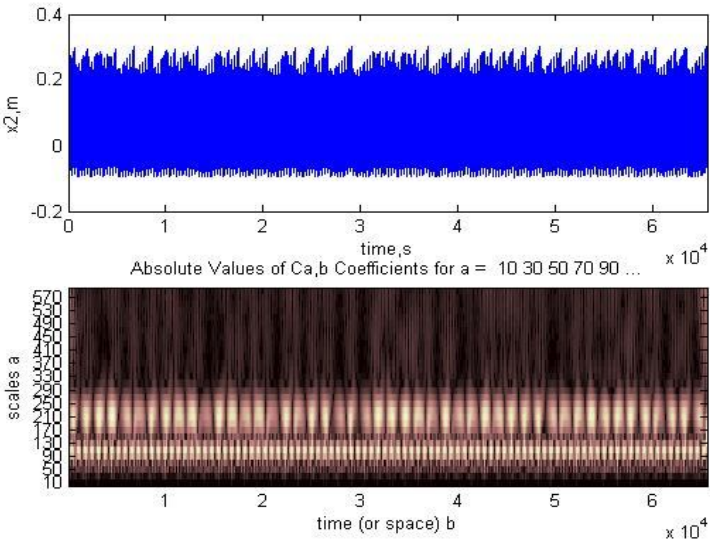


Fig. 6. Time series and wavelet surface projection for chaotic regime under $\omega= 6.20 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ (Color online)

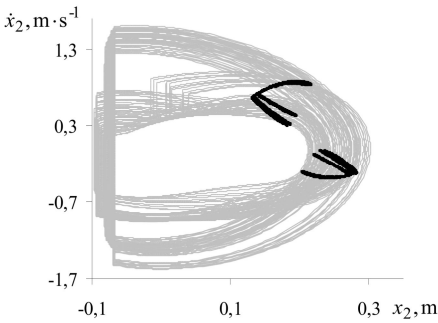


Fig. 7. Phase trajectories and Poincaré map for chaotic motion under $\omega=6.2 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$

For confirming the chaoticity of this motion we show its phase trajectories and Poincaré map at Fig. 7

At Fig. 8 the surface of wavelet coefficients is depicted. It is seen well not a regular set of frequencies which are not constant in time, they change in time. We see also many not regular low frequencies which are not constant in time too.

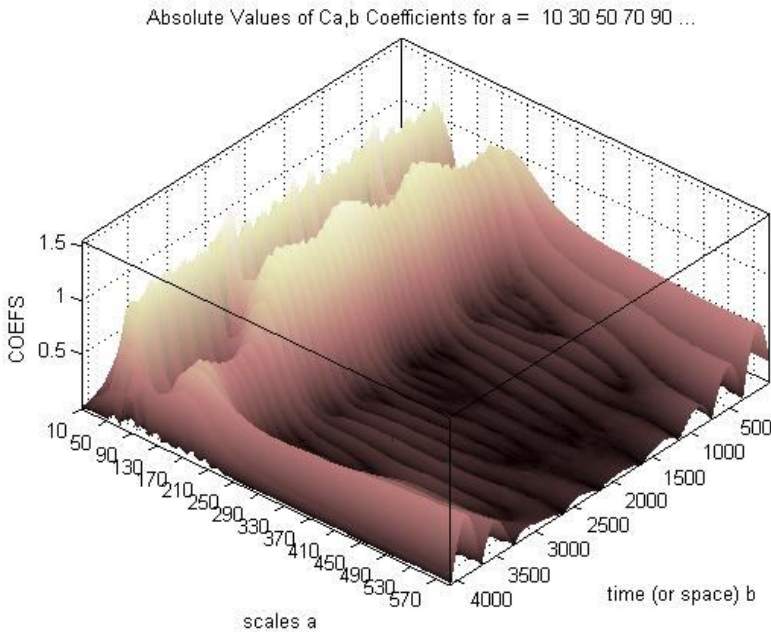


Fig. 8. Surface of wavelet coefficients (3D plot) for chaotic motion under $\omega=6.2 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ (Color online)

We see that CWT gives well and reliable information about chaotic motion.

4. Intermittency “catching”

We observed intermittency inside the chaotic motion. Let us have a look at this phenomenon more in details.

Intermittency was discovered by French scientists Yves Pomeau and Paul Manneville [15] in 1980 year. They had written: “...the fluctuations remain apparently periodic during long time intervals (which we’ll call “laminar phases” but this regular behavior seems to be randomly and abruptly disrupted by a “burst” on the time record. This “burst” has a finite duration, it stops and a new laminar phase starts and so on”. In other words one observe long periods of periodic motion with bursts of chaos under one value of control parameter that is

external load frequency that is the zones of turbulent and laminar motion alternate in such regime under one frequency value. As one varies a control parameter the chaotic bursts become more frequent and longer.

We'll show the intermittency which we observe under $6.1 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1} < \omega < 6.14 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$. At Fig. 9 the time series and wavelet surface projection for this regime are depicted under $\omega=6.13 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

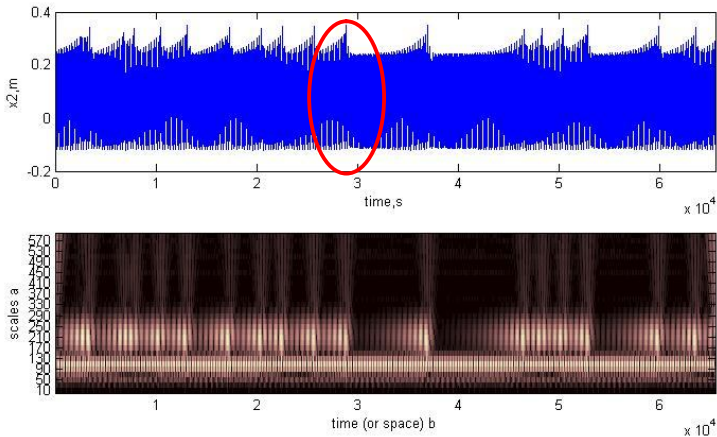


Fig. 9. Time series and wavelet surface projection for intermittency regime under $\omega=6.13 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ (Color online)

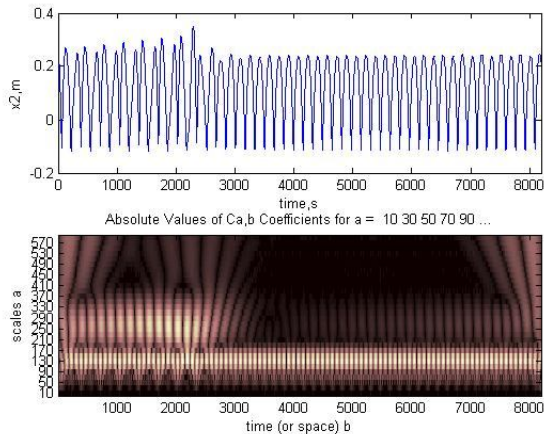


Fig. 10. Time series and wavelet surface projection for intermittency regime under $\omega=6.13 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ (region inside red oval at Fig. 9)

It is well seen the regions where chaotic motion and it's high and low frequencies are interrupted and only one high frequency remains.

At Fig. 10 we show the small region that is picked out by red oval. At this Fig. we see very obviously the sharp change of chaotic motion into periodic one.

The surface of wavelet coefficients is shown at Fig. 11. We see very obviously how chaotic motion with many different frequencies is changing by the periodic motion with only one high frequency.

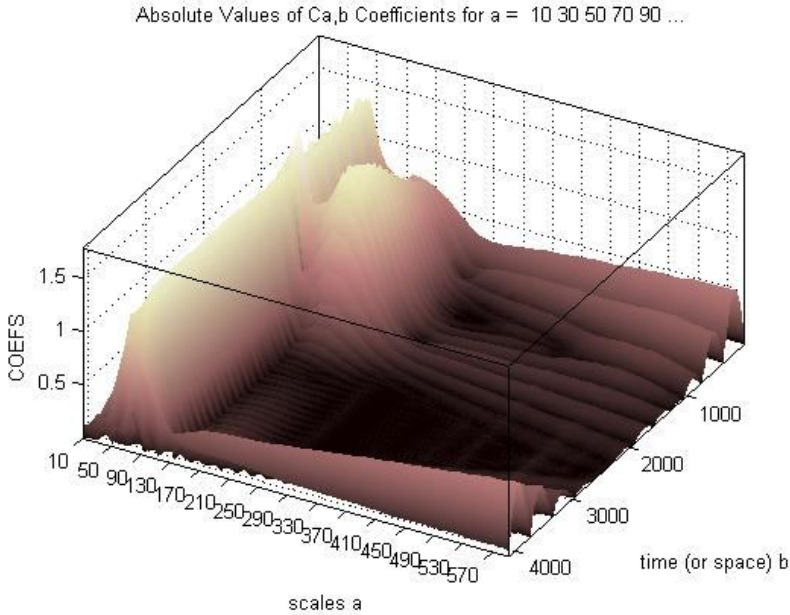


Fig. 11. Surface of wavelet coefficients (3D plot) for intermittency under $\omega=6.13 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ (Color online)

At Fig. 12 the phase trajectories and Poincare maps are shown for regions of chaotic (turbulent phase) and periodic (laminar phase) motions under intermittency. These plots underline the regimes changing and confirm and give the confidence in motion periodicity at this region.

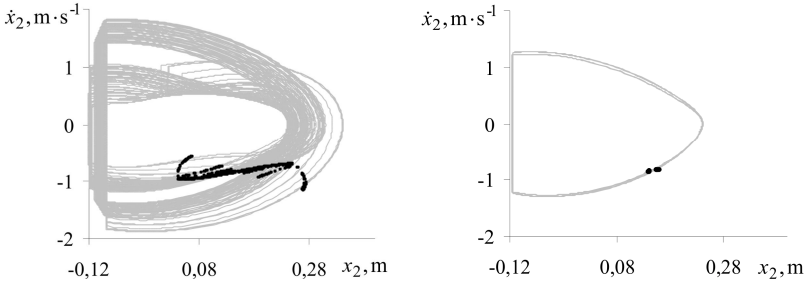


Fig. 12. Phase trajectories and Poincare maps for the regions of chaotic and periodic motions under intermittency ($\omega=6.13 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$)

Thus we see that surfaces of wavelet coefficients and their projections obtained by continuous wavelet transform CWT give the possibility to find and “catch” the intermittency with great confidence and reliability.

In [21] the authors study intermittency in Lorenz model also by CWT using. We succeeded in finding the intermittency in nonsmooth strongly nonlinear vibroimpact system. The CWT was very useful for this studying.

4. Conclusions

The continuous wavelet transform CWT allows to detect and determine the chaotic motion and the intermittency with great confidence and reliability. Wavelet transform applying gives the possibility to demonstrate the route to chaos via intermittency and to distinguish and analyze the laminar and turbulent phases. The plots of wavelet coefficients surfaces and their projections give very obvious presentation of these regimes, especially the color plots online. The wavelet theory and existing Software are very useful for these phenomena studying.

REFERENCES

1. *R. Polikar*. The wavelet tutorial. Ames, Iowa. — 1996.
2. *Dyakonov V.P.* Wavelets. From theory to practice. Second edition, revised and supplemented / V.P. Dyakonov. — M. : SOLON-Press, 2010. — 400 p.
3. *Chui C.K.* Wavelets: a tutorial in theory and applications //First and Second Volume of Wavelet Analysis and Its Applications. — 1992.
4. *Daubechies I.* Ten lectures on wavelets. — Siam, 1992. — V. 61.
5. *Astafieva N.M.* Wavelet analysis: basic theory and some applications //Uspekhi fizicheskikh nauk. — 1996. — V. 166. — №. 11. — P. 1145-1170.
6. *Короновский А.А., Храмов А.Е.* Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения. — М. : Физматлит, 2003. — 176 p.
7. *Павлейно М.А., Ромаданов В.М.* Спектральные преобразования в MatLab. — 2007.
8. <https://www.mathworks.com/help/wavelet/ref/cwt.html>
9. *Moon F.C.* Chaotic vibrations: an introduction for applied scientists and engineers. — New York : Wiley, 1987. — 219 P.
10. *Kuznetsov S.P.* Dynamical chaos //Moscow: Fizmatlit.-2006.-356 P. — 2001.
11. *Afraimovich V.S., Shilnikov L.P.* Invariant two-dimensional tori, their breakdown and stochasticity //Amer. Math. Soc. Transl. — 1991. — V. 149. — №. 2. — P. 201-212.
12. *Schuster H.G.* Deterministic Chaos. An Introduction 2nd Revised Edition. — 1988.
13. *Bazhenov V.A., Pogorelova O.S., Postnikova T.G.* Breakup of Closed Curve – Quasiperiodic Route to Chaos in Vibroimpact System//Discontinuity, Nonlinearity, and Complexity.–2019. – V. 8. – №. 3. – P. 275-288. (in press)
14. *Bazhenov, V.A., Pogorelova, O.S. & Postnikova, T.G.* Invariant torus break-down in vibroimpact system – route to crisis? //Strength of Materials and Theory of Structures. — 2018. — T. 100. — P. 3-17.
15. *Manneville P., Pomeau Y.* Different ways to turbulence in dissipative dynamical systems //Physica D: Nonlinear Phenomena. — 1980. — T. 1. — №. 2. — P. 219-226.
16. *A.V. Krysko, M.V. Zhigalov, V.V. Soldatov, M.N. Podturkin.* The best wavelet selection at the nonlinear flexible beams vibrations analysis with transversal displacement//Bulletin of the Saratov State Technical University. — 2009. — V. 3. — №. 1.
17. *Murguía J.S. et al.* Wavelet characterization of hyper-chaotic time series //Revista Mexicana de Física. — 2018. — T. 64. — №. 3. — C. 283-290.
18. *Murguía J.S., Campos-Cantón E.* Wavelet analysis of chaotic time series //Revista mexicana de fisica. — 2006. — V. 52. — №. 2. — P. 155-162.
19. *Rubežić V., Djurović I., Sejdić E.* Average wavelet coefficient-based detection of chaos in oscillatory circuits //COMPEL-The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering. — 2017. — V. 36. — №. 1. — P. 188-201.
20. *Xu G.S., Wan B.N., Zhang W.* Application of wavelet multiresolution analysis to the study of self-similarity and intermittency of plasma turbulence //Review of scientific instruments. — 2006. — V. 77. — №. 8. — P. 083505.
21. *Короновский А. А., Храмов А. Е.* Об эффективном анализе перехода к хаосу через перемежаемость с помощью вейвлетного преобразования //Письма в ЖТФ. — 2001. — Т. 27. — №. 1. — С. 3.
22. *Болецкая Т.К., Афонин В.В.* Использование вейвлет-анализа для исследования перемежаемости в динамических нелинейных системах // Новосибирский государственный университет. — Новосибирский государственный университет, 2011.
23. *Bazhenov V.A. et al.* Numerical Bifurcation Analysis of Discontinuous 2-DOF Vibroimpact System. Part 2: Frequency-Amplitude response //Journal of Applied Nonlinear Dynamics.–2016.– 2016.

24. *Bazhenov, V.A., Pogorelova, O.S. & Postnikova, T.G.* Lyapunov exponents estimation for strongly nonlinear nonsmooth discontinuous vibroimpact system. //Strength of Materials and Theory of Structures. – 2017. – V. 99. – P. 90-105.

Стаття надійшла 08.11.2018

Баженов В.А., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г., Лукьянченко О.О.

АНАЛІЗ ХАОТИЧНОЇ ПОВЕДІНКИ ВІБРОУДАРНОЇ СИСТЕМИ З ВИКОРИСТАННЯМ ВЕЙВЛЕТ ПЕРЕТВОРЕННЯ

Хаотична поведінка динамічних систем, сценарії їхніх переходів до хаосу, явище переміжності – це сфера нелінійної динаміки, що широко досліджується вченими різних країн. Особливу цікавість викликає вивчення цих явищ в негладких динамічних системах, якими і є віброударні системи. В цій статті ми використовуємо відносно молодий математичний апарат – безперервне вейвлет перетворення CWT – для дослідження хаотичної поведінки та зокрема переміжності в сильно нелінійній негладкій розривній віброударній системі з двома ступнями вільності. Ми покажемо, що застосування CWT дозволяє упевнено та надійно визначити хаотичну поведінку та переміжність, дає можливість демонструвати сценарій переходу до хаосу через переміжність та розрізняти і аналізувати ламінарну і турбулентну фази.

Ключові слова: віброударна система, хаотична поведінка, переміжність, безперервне вейвлет перетворення, поверхня вейвлет коефіцієнтів.

UDC 539.3

Bazhenov V.A., Pogorelova O.S., Postnikova T.G., Lukianchenko O.O. **Wavelet transform using for analysis of vibroimpact system chaotic behavior** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 101. – P. 14-25.

Chaotic behaviour of dynamical systems, their routes to chaos, and the intermittency are interesting and investigated subjects in nonlinear dynamics. The studying of these phenomena in non-smooth dynamical systems is of the special scientists' interest. In this paper we apply relatively young mathematical tool – continuous wavelet transform CWT – for investigating the chaotic behavior and intermittency in particular in strongly nonlinear non-smooth discontinuous 2-DOF vibroimpact system. We show that CWT applying allows to detect and determine the chaotic motion and the intermittency with great confidence and reliability, gives the possibility to demonstrate route to chaos via intermittency, to distinguish and analyze the laminar and turbulent phases.

Fig. 12. Ref. 24

УДК 539.3

Баженов В.А., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г., Лукьянченко О.О. **Аналіз хаотичної поведінки віброударної системи з використанням вейвлет перетворення** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2018. – Вип. 101. – С. 14-25.

Хаотична поведінка динамічних систем, сценарії їхніх переходів до хаосу, явище переміжності – це сфера нелінійної динаміки, що широко досліджується вченими різних країн. Особливу цікавість викликає вивчення цих явищ в негладких динамічних системах, якими і є віброударні системи. В цій статті ми використовуємо відносно молодий математичний апарат – безперервне вейвлет перетворення CWT – для дослідження хаотичної поведінки та зокрема переміжності в сильно нелінійній негладкій розривній віброударній системі з двома ступнями вільності. Ми покажемо, що застосування CWT дозволяє упевнено та надійно визначити хаотичну поведінку та переміжність, дає можливість демонструвати сценарій переходу до хаосу через переміжність та розрізняти і аналізувати ламінарну і турбулентну фази.

Іл. 12. Бібліог. 24 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, академік Національної академії педагогічних наук України, директор НДІ будівельної механіки *БАЖЕНОВ Віктор Андрійович*

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, *БАЖЕНОВУ Віктору Андрійовичу*

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29;

Мобільний тел.: +38(067) 111-22-33;

E-mail: vikabazh@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5802-9848>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки *ПОГОРЕЛОВА Ольга Семенівна*

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, *ПОГОРЕЛОВИЙ Ользі Семенівні.*

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29

Мобільний тел.: +38(067) 606-03-00

E-mail: pogos13@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5522-3995>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки *ПОСТНІКОВА Тетяна Георгіївна*

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, *ПОСТНІКОВИЙ Тетяні Георгіївні.*

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29

Мобільний тел.: +38(050) 353-47-19

E-mail: posttan@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6677-4127>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки *КНУБА, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ольга Олексіївна.*

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, *ЛУК'ЯНЧЕНКО Ользі Олексіївні.*

Робочий тел.: +38(044) 245-40-20.

Мобільний тел.: +38(067) 931-30-27.

E-mail: lukianch0907@meta.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1794-6030>

УДК 539.3

АНАЛІЗ НЕСТАЦІОНАРНОЇ РЕАКЦІЇ ПРУЖНОЇ ОБОЛОНКИ НА ІМПУЛЬСНЕ НАВАНТАЖЕННЯ

О.П. Кривенко,

канд. техн. наук, старший науковий співробітник

Ю.В. Ворона,

канд. техн. наук, доцент

*Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2018.101.26-37>

Наведено методику дослідження нестационарних коливань оболонок неоднорідної структури при дії короткочасних динамічних навантажень. Методика побудована на основі скінченноелементної моделі тонкої пружної неоднорідної оболонки і створеної на її базі для задач динаміки редукованої моделі. Виконано порівняння розв'язків з результатами розрахунків, що отримані за допомогою програмного комплексу SCAD.

Ключові слова: тонка пружна оболонка, універсальний просторовий скінченний елемент, редукована модель, імпульсне навантаження.

Вступ. Оболонки як елементи будівельних конструкцій широко застосовуються в різних галузях техніки. З огляду на різноманітність застосування, оболонкові конструкції для підвищення надійності і зниження матеріаломісткості, а також з технологічних міркувань можуть проектуватися у вигляді неоднорідних систем (неоднорідних оболонок). Вони можуть мати гладку і ступінчасто-змінну товщину, бути підкріплені ребрами і накладками, послаблені отворами, виїмками і каналами, гранованими, зі зламами серединної поверхні, багат шаровими. У цьому випадку всю конструкцію необхідно розглядати як оболонку змінної жорсткості, для розрахунку якої застосування класичних розрахункових схем, методів і алгоритмів є малоефективним або зовсім непридатним.

У роботі поняття оболонка неоднорідної структури (неоднорідна оболонка) використовується у широкому розумінні. Це є оболонки, що можуть мати: 1) геометричні особливості за товщиною у вигляді ділянок ступінчасто-змінної та гладко-змінної товщини зі зламами серединної поверхні та отворами; 2) різні умови закріплення контуру на різних ділянках; 3) неоднорідні навантаження; 4) багат шарову структуру матеріалу.

У НДІ будівельної механіки КНУБА протягом багатьох років проводяться дослідження нелінійного деформування, стійкості та критичної поведінки пружних оболонок неоднорідної структури при дії термосилових навантажень. Опис, обґрунтування та застосування розробленого методу представлено у 2-х книгах [1, 2].

В останній час авторами приділено значну увагу до вивчення нестационарних коливань пружних оболонок. У першу чергу це стосується задач про реакцію оболонок на короткочасне (ударне й імпульсне) навантаження.

1. Скінченно-елементна модель неоднорідної оболонки. Побудова скінченно-елементної моделі оболонки (СЕМО) виконується в рамках методики, розробленої в [1, 2]. Методика базується на співвідношеннях тривимірної теорії термопружності та побудована із використанням апарата тензорного числення і застосуванням моментної схеми скінченних елементів (МССЕ). При розробці методики використана модель лінійно-пружного суцільного середовища, властивості якого відповідають узагальненому закону Дюамеля–Неймана, при великих переміщеннях і малих деформаціях. Методика призначена для чисельного дослідження статичних процесів геометрично нелінійного деформування, втрати стійкості та закритичної поведінки широкого класу тонких оболонок при термосилових навантаженнях.

Для розробки СЕМО застосований ефективний підхід – апроксимація тонкої оболонки по товщині одним просторовим скінченним елементом (СЕ). Особливості напружено-деформованого стану тонкої пружної оболонки враховані використанням двох неklasичних гіпотез: про сталість нормальних напружень обтиснення волокон шару по товщині та деформівної прямій в напрямку товщини. Застосування останньої кінематичної гіпотези дозволило виконати стикування елементів обшивки та її ділянок з геометричними особливостями без порушення нерозривності за координатами і переміщеннями.

Моделювання неоднорідної оболонки реалізується модифікованим універсальним просторовим СЕ, який побудований на базі стандартного 8-ми вузлового ізопараметричного просторового скінченним елементом з полілінійними функціями форми. За рахунок введених додаткових змінних параметрів модифікований універсальний просторовий СЕ може бути ексцентрично зміщеним відносно серединної поверхні обшивки та може змінювати свої розміри в напрямку товщини для моделювання ребер і виїмок. Під обшивкою оболонки розуміється оболонка без геометричних особливостей за товщиною. На базі універсального СЕ розроблена єдина розрахункова модель, що враховує геометричні особливості конструктивних елементів неоднорідної оболонки: обшивку змінної товщини, ребра і накладки, виїмки, канали й отвори, злами серединної поверхні, тощо.

Вивчення такого класу задач через їхню складність і можливу неоднозначність одержуваних розв'язків складно реалізувати у вигляді стандартної обчислювальної процедури. У зв'язку з недостатністю еталонних нелінійних розв'язків для неоднорідних оболонок проблемним є підтвердження достовірності та точності одержуваних нелінійних розв'язків. Тому у роботі [3] з метою подальшого обґрунтування достовірності розв'язків, одержуваних за методикою [1, 2], проведено порівняльний аналіз скінченно-елементних моделей і результатів розрахунку нелінійного деформування і стійкості тонких пружних неоднорідних оболонок при використанні трьох програмних комплексів (ПК), що засновані на методі скінченних елементів. Використовувались розроблений авторами комплекс, що побудований на використанні МССЕ, та програмні комплекси SCAD і ЛІРА. При цьому були виявлені деякі особливості використання ПК SCAD і ЛІРА для розв'язання зазначених задач. Це стосується побудови розрахункової схеми для апроксимації оболонки ступінчасто-змінної

товщини та застосування алгоритмів розв'язання нелінійних задач. Виявлені особливості можуть бути корисні для користувачів комплексів при проведенні розрахунків геометрично нелінійного деформування та стійкості тонких панелей ступінчасто-змінної товщини.

2. Чисельна методика дослідження пружних оболонок від дії нестационарних динамічних навантажень з використанням редукованих моделей. Побудова рівнянь руху скінченно-елементної моделі оболонки виконується на основі принципу можливих переміщень у поєднанні з принципом Даламбера

$$\sum_{FE} (\delta W_{FE} - (\delta T_{FE} + \delta A_{FE})) = 0, \quad (1)$$

де T_{FE} , W_{FE} та A_{FE} – робота сил інерції, внутрішніх і зовнішніх сил СЕ, відповідно; \sum_{FE} – сума за скінченними елементами СЕМО.

Процедура інтегрування та лінеаризації (1) здійснюється звичним для МСЕ чином. У результаті приходимо до розв'язувальної системи рівнянь у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь другого порядку

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{^t u\} - \{^t P\} = 0, \quad (2)$$

де $\{u\}$, $\{\ddot{u}\}$ – N -вимірні вектори узагальнених переміщень і прискорень вузлів дискретної моделі конструкції (N – загальне число ступенів свободи моделі); $[M]$ – матриця мас усієї моделі конструкції, вона характеризує інерційні властивості оболонки; $[K]$ – матриця жорсткості СЕМО; $\{P\}$ – вектор узагальнених вузлових сил; верхній лівий значок « t » показує залежність векторів від часу. Система (2) доповнюється початковими умовами для поля переміщень $\{^0 u\}$ і швидкостей $\{^0 \dot{u}\}$

$$\{u(t)\}\big|_{t=t_0} = \{^0 u\}, \quad \{\dot{u}(t)\}\big|_{t=t_0} = \{^0 \dot{u}\}. \quad (3)$$

Методика дослідження нестационарних коливань оболонок від дії короткочасних навантажень базується на застосуванні редукованих моделей. В даний час використовується чимало різних підходів до редукування. Слід зазначити, що підходи до редукування розрізняються за точністю, простотою застосування й обсягом потрібних обчислювальних ресурсів. У роботі для побудови редукованої моделі застосований ефективний підхід, що базується на методі базисних вузлів [3, 4].

Редукована система рівнянь має вигляд

$$[\tilde{M}]\{\ddot{q}\} + [\tilde{K}]\{^t q\} - \{^t \tilde{P}\} = 0, \quad (4)$$

де

$$[\tilde{M}] = [U]^T [M] [U], \quad [\tilde{K}] = [U]^T [K] [U], \quad \{^t \tilde{P}\} = [U]^T \{^t P\},$$

відповідно матриці мас і жорсткості, які характеризують рух редукованої моделі, а також вектор узагальнених сил для нової моделі. Правий верхній значок « T » означає транспоновану матрицю. $[U]$ – матриця перетворень, яка встановлює зв'язок між переміщеннями $\{u\}$ вихідної СЕМО та новими невідомими (що мають назву – нові узагальнені координати) редукованої СЕМО $\{q\}$. Цей зв'язок визначається за формулою

$$\{ {}^t u^k \} = [U_{kr}] \{ {}^t q^r \}, \quad k = \overline{1, N}, \quad r = \overline{1, \Omega}, \quad (5)$$

де N і Ω – число ступенів свободи вихідної та редукованої моделей.

Відповідно до (3) невідомі шукані функції $\{ {}^t q \}$ мають задовольняти початковим умовам

$$\{ {}^{t=t_0} q \} = \{ {}^{t_0} q \}, \quad \{ {}^{t=t_0} \dot{q} \} = \{ {}^{t_0} \dot{q} \}. \quad (6)$$

Згідно з методом базисних вузлів за нові змінні (нові узагальнені координати) $\{ q \}$ приймаються переміщення деякої сукупності вузлів вихідної СЕМО, що довільним чином розташовані у сітковій області моделі (тобто довільним чином виділені із повного набору вузлів моделі). Ці вузли називаються базисними (або опорними) вузлами редукованої СЕМО. Згідно з методом базисних вузлів компонентами матриці $[U]$ є так звані базисні вектори. Побудова базисних векторів виконується шляхом розв'язання основної системи на змушені одиничні переміщення накладених в'язей у базисних вузлах моделі. Таким чином, число ступенів свободи Ω редукованої моделі відповідає числу переміщень тільки заданої (спеціально вибраної) сукупності базисних вузлів, а число компонент базисних векторів, що входять до складу матриці перетворень $[U]$ у (5), збігається з числом ступенів свободи повної СЕМО. Таким чином, побудова редукованої моделі виконується без погіршення просторової апроксимації вихідної СЕМО. Методика побудови матриці перетворень $[U]$ докладно описана в [3, 4].

За своєю суттю, отримане після редукування матричне рівняння (4) є системою звичайних диференціальних рівнянь за часовою координатою. Ця система є зв'язаною, і тому одним із варіантів побудови її загального розв'язку, що визначає поведінку редукованої моделі за часом, полягає в перетворенні зв'язаної системи диференціальних рівнянь до незв'язаної. Це можливо, оскільки матриці мас $[\tilde{M}]$ і жорсткості $[\tilde{K}]$ в співвідношенні (4) є симетричними та додатно-визначеними величинами, а також є редукованими завдяки застосуванню методу базисних вузлів. Після низки перетворень [5] остаточно отримуємо Ω задач Коші для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку, тобто

$$\frac{d^2 \{ {}^t q^{**} \}}{dt^2} + \lambda_i^{K*} \{ {}^t q^{**} \} = \{ {}^t P^{**} \}, \quad (i = \overline{1, \Omega}), \quad (7)$$

$$\{ {}^{t=t_0} q^{**} \} = \{ {}^{t_0} q^{**} \}, \quad \{ {}^{t=t_0} \dot{q}^{**} \} = \{ {}^{t_0} \dot{q}^{**} \}.$$

Розв'язання кожної окремої задачі Коші виконується за методом Рунге-Кутти четвертого порядку точності. Враховуючи, що метод Рунге-Кутти орієнтований на розв'язання диференціальних рівнянь першого порядку, застосуємо стандартну процедуру (вводячи нові змінні – вузлові швидкості $\{ {}^t v^{**} \}$) і подамо систему (7) у вигляді 2Ω рівнянь

$$\begin{cases} \frac{d \{ {}^t q_j^{**} \}}{dt} = \{ {}^t v_j^{**} \}, \\ \frac{d \{ {}^t v_i^{**} \}}{dt} = -\lambda_{(i)}^{K*} \{ {}^t q_i^{**} \} = \{ {}^t P_i^{**} \}, \end{cases} \quad j = \overline{1, \Omega}; \quad i = \overline{\Omega+1, 2\Omega}. \quad (8)$$

з початковими умовами вигляду $\{t=\tau q_i^{**}\} = \{\tau q_i^{**}\}$, $\{t=\tau v_j^{**}\} = \{\tau v_j^{**}\}$.

Для кожного моменту часу після знаходження розв'язків відповідних Ω задач Коші (значення компонент векторів переміщень $\{t q_i^{**}\}$ і швидкостей $\{t v_j^{**}\}$) виконується зворотній перехід від знайденого переміщення $\{t q^{**}\}$ до переміщення $\{t q\}$, що визначає шуканий розв'язок для редукованої системи рівнянь (4). Підставляючи знайдений розв'язок $\{t q\}$ у формулу перетворень (5), знаходимо переміщення вузлів вихідної СЕМО, за якими визначається напружено-деформований стан неоднорідної оболонки в момент часу, що розглядається.

3. Аналіз розрахунку за методом базисних вузлів власних коливань циліндричної панелі. Ефективність застосування методу базисних вузлів показана на класичному тестовому прикладі – визначення власних коливань циліндричної консольної панелі (рис. 1) [6]. Ця задача використовується дослідниками для тестової апробації різних СЕ у задачах динаміки.

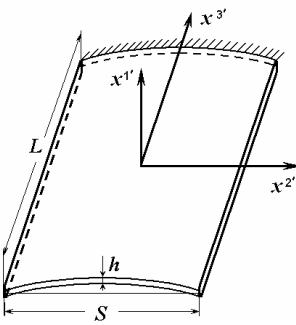


Рис. 1

Вихідними геометричними даними є: розмір панелі у плані $L = S = 0.3048$ м, радіус кривизни $R = 0.6096$ м, товщина панелі $h = 0.003048$ м; характеристики матеріалу такі: $E = 0.2 \cdot 10^{12}$ Н/м² модуль пружності, $\nu = 0.3$ коефіцієнт Пуассона, $\rho = 0.704 \cdot 10^4$ кг/м³ питома густина.

Спочатку задача була розв'язана методом ітерації підпростору (МПП), як найбільш розробленого і апробованого, для нередукованої СЕМО з метою аналізу та подальших порівнянь розв'язків, отриманих за методом базисних вузлів, та оцінки їхньої точності. Порівняння збіжності розв'язків задачі для восьми нижчих частот, що отримані за ПІМ, виконано з розв'язком при сітці 30×30 СЕ. Для розглядуваних частот гарний результат дає використання рідкої сітки 10×10 СЕ. Для СЕМО з розбиттям 15×15 СЕ різниця не перевищує 2%.

Таблиця 1

Порівняння розв'язків, що отримані різними авторами

№ тону	сітка 20×20 МССЕ, Гц	сітка 30×30 МССЕ, Гц	сітка 20×20 SCAD, Гц	сітка 20×20 Голованов [6], Гц	Експеримент Olson, Linberg [6], Гц
1	89.658	89.494	91.0345	89.5	85.60
2	145.23	144.99	146.94	144	134.50
3	256.91	256.11	256.02	258	258.90
4	359.28	357.82	364.03	359	350.60
5	401.74	400.45	404.81	406	395.20

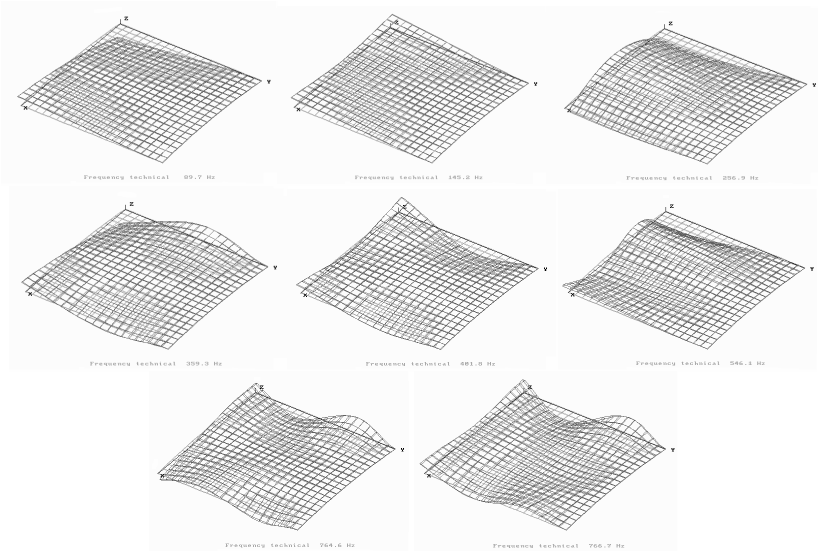


Рис. 2

Порівняння результатів розрахунку п'яти власних частот та відповідних форм коливань, обчислених авторами за МССЕ, з отриманими у роботах інших авторів, а також за допомогою програмного комплексу SCAD, добре узгоджуються між собою (табл. 1). Форми, що відповідають першим восьми частотам власних коливань панелі, приведено для СЕМО з сіткою 20×20 СЕ (рис. 2). Для кожної форми нижній правий край є жорстко затиснутим.

Таблиця 2

Збіжність розв'язків за кількістю БВ при сітці 20×20 СЕ

№	12 БВ, Гц	Δ , %	16 БВ, Гц	Δ , %	20 БВ, Гц	Δ , %	МШ, Гц
1	90.153	0.55	89.850	0.21	89.809	0.17	89.658
2	147.18	1.34	146.04	0.56	145.84	0.42	145.23
3	268.00	4.32	263.79	2.68	259.58	1.04	256.91
4	380.71	5.96	373.96	4.09	367.91	2.40	359.28
5	433.42	7.88	420.75	4.73	414.52	3.18	401.74
6	616.37	12.85	580.31	6.25	568.21	4.03	546.17
7	938.02	22.69	842.61	10.21	827.73	8.26	764.56
8	962.32	25.52	853.75	11.36	828.27	8.03	766.68

Аналіз збіжності розв'язків задачі, що отримані методом базисних вузлів (табл. 2), виконано за кількістю базисних вузлів (БВ). Порівняння виконано з відповідним розв'язком, що знайдено при використанні методу ітерацій підпростору. У табл. 2 наведено результати розрахунку при сітці 20×20 СЕ для вихідної СЕМО. Оскільки задана кількість базисних вузлів визначає ступінь свободи редукованої СЕМО, тому отримані результати демонструють ефективність розробленого методу.

4. Аналіз нестационарної реакції балки на дію короткочасного навантаження. Дослідження нестационарних коливань тонкостінної конструкції від дії короткочасного навантаження проведено на прикладі шарнірно опертої балки (рис. 3).

Вихідні дані взяті відповідно до [7]. Геометричні характеристики балки: довжина $l = 800$ см, ширина $b = 40$ см та висота перерізу $h = 80$ см; характеристики матеріалу (бетон марки М100): модуль пружності $E = 3 \cdot 10^7$ кН/м², коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,2$, питома густина $\rho = 2,5 \cdot 10^3$ кг/м³; інтенсивність імпульсу $P_0 = 8 \cdot 10^8$ Н, час його дії $\tau = 1 \cdot 10^{-5}$ с. Для даного одновимірного елемента конструкцій за точні вважались результати, для яких у [7, 8] балки моделювалися як стержні, і для яких у [8] наведено аналітичні розв'язки.

У роботі моделювання балки виконувалося просторовим універсальним СЕ, який дозволяє розглядати тонкі оболонкові конструкції як тривимірні тіла [1, 2]. Згідно з вихідними даними балка при апроксимації просторовим СЕ умовно відповідає оболонці середньої товщини, оскільки $h/l = 10^{-1}$, що є верхньою границею можливостей методики.

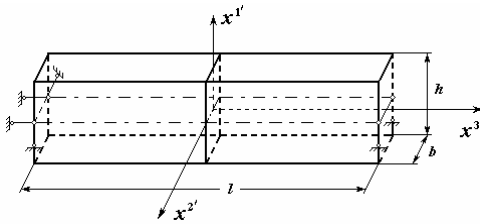


Рис. 3

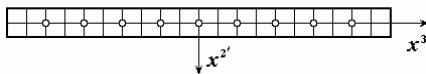


Рис. 4. СЕМО балки та вибрані базисні вузли

Виходячи зі складного виду деформування балок [7, 8], за розрахунків приймалися скінченно-елементні моделі балки з сітками 2×20 , 2×32 та 2×40 СЕ. При побудові редукованої моделі задачі використовувалося 9, 15 та 19 базисних вузлів. На розрахунковій схемі (рис. 4) для сітки 2×20 СЕ показано вибір опорних точок методу базисних

вузлів в площині серединної поверхні $x^2 x^3$.

Відслідковувалися компоненти вектора переміщень у центрі балки на заданому часовому інтервалі у вигляді діаграм «амплітуда – час» (« $u^1 - t$ ») та форми деформування у характерні моменти часу. Переміщення u^1 є вузловим переміщенням на серединній поверхні балки.

4.1. Рівномірно розподілений по довжині балки миттєвий імпульс.

На всіх ділянках діаграми «амплітуда – час» (рис. 5 (а)) спостерігається гарний збіг розв'язків при усіх сітках. Порівняння діаграми « $u^1 - t$ », що отримана за МССЕ, з результатами SCAD [7] показує практично повний їх збіг із незначним розходженням у верхній точці кривої (рис. 5 (б)), що відповідає максимальній амплітуді коливань.

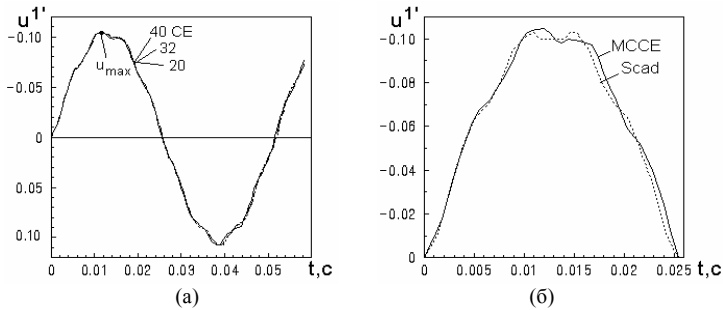


Рис. 5. Діаграми « $u' - t$ »: (а) для різних сіток CE; (б) порівняння з розв'язком [7]

Маємо гарний збіг розв'язків за амплітудою коливань (рис. 6): на інтервалі дії імпульсного навантаження $t \in [0, \tau]$ – на середині $t = \tau/2$ та на кінці $t = \tau$ проміжку часу його дії, а також у момент часу, що відповідає u_{max} .

При $t \in [0, \tau]$ спостерігається крайовий ефект переміщень балки біля її кінців. Для першої більш рідкої сітки ефект хвильової деформації поширюється майже на всю довжину балки. Порівняння в момент часу $t = t_{u_{max}}$ прогинів балки, що отримані з використанням МССЕ та ПК SCAD, показало практично повний їх збіг.

Як достатню для СЕМО балки можна взяти сітку 2×32 CE.

4.2. Зосереджений миттєвий імпульс, що прикладений в середині прольоту балки. Діаграми « $u' - t$ », що відповідають випадку дії зосередженого імпульсу (рис. 7 (а)), мають більш складний вигляд, ніж при дії рівномірно розподіленого. Маємо досить гарний збіг розв'язків для усіх сіток. Незначну розбіжність діаграм, отриманих за МССЕ і в [8] (рис. 7 (б)), можна віднести до особливостей застосування уточненої методики МССЕ [1, 2], що використовує просторові скінченні елементи і розглядає балку як тривимірне тіло, у той час, коли в [7, 8] балка розглядалась як стержень.

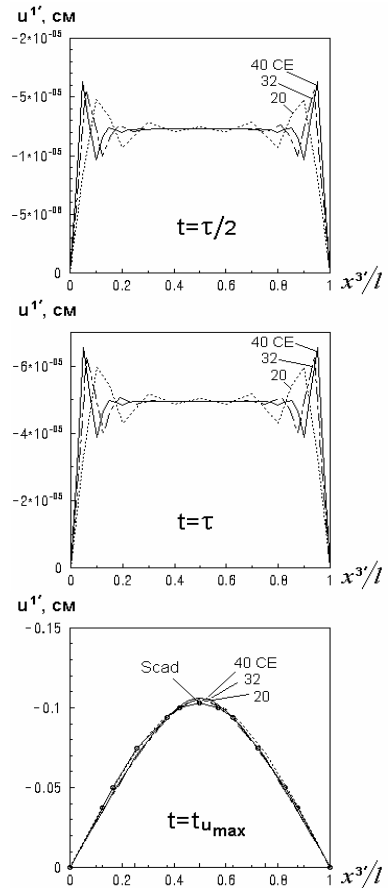


Рис. 6. Епюри прогинів у різні моменти навантаження $t q$

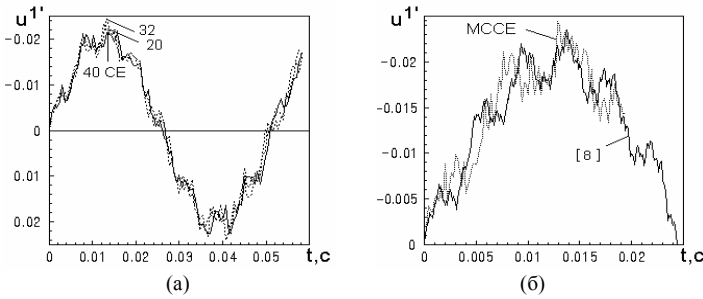


Рис. 7. Діаграми « $u' - t$ »: (а) для різних сіток CE; (б) порівняння з розв'язком [8]

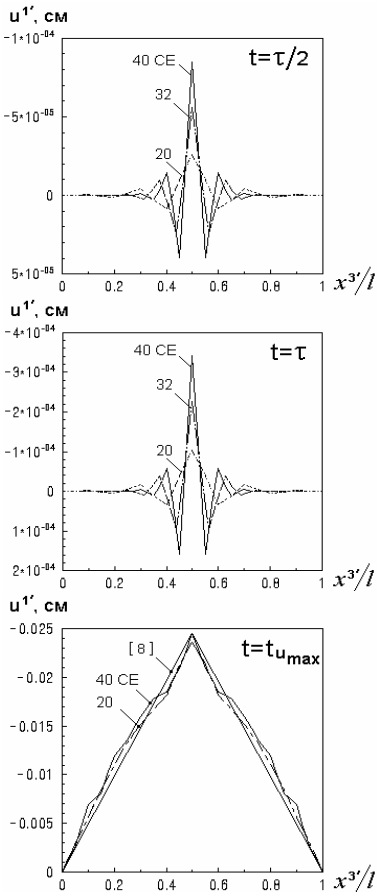


Рис. 8. Епюри прогинів у різні моменти миттєвого навантаження

Аналіз форм деформування балки для різних сіток показав гарний збіг розв'язків у різні моменти часу (рис. 8). Для моменту часу $t = t_{u_{max}}$, коли амплітуда коливань балки досягає максимуму u'_{max} , форма деформування набуває більш простого вигляду. Порівняння епюр з результатами роботи [7, 8] показало гарний збіг розв'язків. Більш ускладнений вигляд епюри, яка отримана за МССЕ, можна пояснити використанням просторового CE [1, 2] для апроксимації балки. Для цього випадку навантаження за достатню можна прийняти сітку 2×40 CE.

Висновки.

Запропоновано метод розв'язання задач про нестационарні коливання оболонок неоднорідної структури при дії короточасних динамічних навантажень. Метод побудовано на основі розробленої авторами скінченноелементної моделі тонкої пружної неоднорідної оболонки та створеної на її базі редукованої моделі за методом базисних вузлів. Застосування методу базисних вузлів забезпечило можливість переходу від зв'язаної системи диференціальних рівнянь, що описує рух системи, до системи незв'язаних рівнянь, розв'язок

якої знаходиться за добре розробленим чисельним методом Рунге–Кутти.

На прикладі тонкої консольної циліндричної панелі досліджено збіжність розв'язків, що отримані на базі методу базисних вузлів, та проведено порівняння з результатами, отриманими за допомогою програмного комплексу SCAD.

Ефективність побудованої методики дослідження нестационарних коливань оболонок неоднорідної структури при дії короткочасних динамічних навантажень продемонстровано на прикладі розрахунку балки сталого поперечного перерізу на дію різних імпульсних навантажень. На тестових задачах показана можливість застосування розробленого методу для оцінки впливу короткочасного навантаження на поведінку тонкостінної конструкції.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.* Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури. – К.: ЗАТ «Віпол», 2010. – 316 с.
2. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей Н.А.* Нелинейное деформирование и устойчивость упругих оболочек неоднородной структуры: Модели, методы, алгоритмы, малоизученные и новые задачи. – М.: Книжный дом «ЛИБРИКОМ», 2013. – 336 с.
3. *Bazhenov V., Krivenko O.* Buckling and Natural Vibrations of Thin Elastic Inhomogeneous Shells. – LAP LAMBERT Academic Publishing. Saarbrücken, Deutschland, 2018. – 97 p.
4. *Кривенко О.П., Легостаев А.Д., Гречух Н.А.* Аналіз власних коливань оболонок неоднорідної структури з використанням редукованих скінченноелементних моделей // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2017. – Вип. 98. – С. 72-88.
5. *Чибіряков В.К., Кривенко О.П., Легостаев А.Д., Гречух Н.А.* Деформування пружних неоднорідних оболонок під дією нестационарних динамічних навантажень // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2017. – Вип. 99. – С. 123-141.
6. *Голованов А.И., Тюленева О.Н., Шибабутдинов А.Ф.* Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 392 с.
7. ScadSoft: Свободно опертая балка с распределенной массой под действием равномерно распределенного мгновенного импульса (удар балки о неподвижные опоры) [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://scadsoft.com/tests_scad/index/test/68
8. *Рабинович И.М., Силицын А.П., Лужин О.В., Теренин Б.М.* Расчет сооружений на импульсивные воздействия. – М.: Из-во по строительству, 1970. – 303 с.

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Solovei M.O.* Nelineine deformuvannya ta stiikest pruzhnykh obolonok neodnorodnoi struktury (Nonlinear deformation and stability of elastic shells with inhomogeneous structure). – К.: ЗАТ «Віпол», 2010. – 316 s.
2. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Solovey N.A.* Nelineynoe deformirovaniye i ustoychivost uprugih obolochek neodnorodnoy struktury: Modeli, metody, algoritmy, maloizuchennyye i novyye zadachi (Nonlinear deformation and stability of elastic shells with inhomogeneous structures: Models, methods, algorithms, poorly-studied and new problems). – М.: Knizhnyiy dom «LIBRIKOM», 2013. – 336 s.
3. *Bazhenov V., Krivenko O.* Buckling and Natural Vibrations of Thin Elastic Inhomogeneous Shells. – LAP LAMBERT Academic Publishing. Saarbrücken, Deutschland, 2018. – 97 p.
4. *Krivenko O.P., Lehostaiev A.D., Hrechukh N.A.* Analiz vlasnykh obolonok neodnorodnoi struktury z vykorystanniam redukovanykh skinchennoelementnykh modelei (Analysis of natural vibrations of shells with inhomogeneous structure using reduced finite element models) // Opir materialiv i teoriia sporud: nauk.-tekh. zbirn. – К.: КНУБА, 2017. – Вип. 98. – С. 72-88.
5. *Chybiriaikov V.K., Krivenko O.P., Lehostaiev A.D., Hrechukh N.A.* Deformuvannya pruzhnykh neodnorodnykh obolonok pid diieiu nestatsionarnykh dynamichnykh navantazhen (Deformations of elastic inhomogeneous shells under the action of non-stationary dynamic loads) // Opir materialiv i teoriia sporud: nauk.-tekh. zbirn. – К.: КНУБА, 2017. – Вип. 99. – С. 123-141.

6. *Golovanov A.I., Tyuleneva O.N., Shigabudinov A.F.* Metod konechnykh elementov v statike i dinamike tonkostennykh konstruktsey (Finite element method in statics and dynamics of thin-walled structures). – М.: FIZMATLIT, 2006. - 392 s.
7. ScadSoft: Svobodno opertaya balka s raspredelennoy massoy pod deystviem ravnomerno raspredelenного mgnovennogo impulsa (udar balki o nepodvizhnyie oporyi) (A simply supported beam with a distributed mass under the action of a uniformly distributed instantaneous pulse (impact of a beam on fixed supports) [Elektroniy resurs]. – Rezhim dostupu http://scadsoft.com/tests_scad/index/test/68.
8. *Rabinovich I.M., Sinitsyn A.P., Luzhin O.V., Terenin B.M.* Raschet sooruzheniy na impulsivnyie vozdeystviya (Calculation of constructions at impulsive effects). – М.: Iz-vo po stroitelstvu, 1970. – 303 s.

Стаття надійшла 30.10.2018

Krivenko O. P., Vorona Yu. V.

ANALYSIS OF NON-STATE REACTION OF ELASTIC SHELL TO IMPULSE LOAD

An effective numerical method for studying non-stationary vibrations of thin elastic shells is proposed. The method is based on the finite element model of a thin elastic inhomogeneous shell and the reduced model created on its basis for the dynamics problems.

The finite-element shell model is based on the relations of the three-dimensional theory of thermo-elasticity and is developed with the use a tensor calculus apparatus, a geometrically nonlinear formulation of the problem in increments and the application of the moment finite-element scheme. To develop the finite-element shell model we approximate a thin shell by one spatial finite element throughout the thickness which is an efficient approach. The structural elements of an inhomogeneous shell require the finite element to be universal: it should be eccentrically arranged relative to the mid-surfaces of the casing (of the shell's sections without stepwise-variable thickness), it should be possible to vary the thickness of the lateral edges of the finite element; the lateral edges of the neighboring finite elements should be in continuous contact; and it should be possible to model sharp bends and the multilayer structure of the shell. The universal finite element is based on an isoparametric spatial finite element with polylinear shape functions for coordinates and displacements. Additional variable parameters are introduced to enhance the capabilities of the modified finite element. Two hypotheses are used to describe the features of the stress-strain state of a thin inhomogeneous shell. The first static hypothesis assumes that the compressive stresses in the fibers throughout the thickness are constant. The next is the nonclassical kinematic hypothesis of deformed straight line: though stretched or shortened during deformation, a straight segment along the thickness remains straight. This segment is not necessarily normal to the mid-surface of the shell.

The method for studying non-stationary vibrations of the shells under the action of short-term loads is based on the application of reduced models. The use of the basic nodes method allowed us to develop a simple and effective algorithm for solving this problem. We have transformed a system of coupled differential equations describing the motion of a shell to independent ones. The solution of obtained Cauchy problems is easily found by the well-developed Runge-Kutta numerical method.

The possibility of applying the developed method to assess the effect of short-term load on the behavior of a thin-walled structure is shown on the test problems. Convergence of solutions is investigated and a comparison with theoretical data and results obtained with the help of the SCAD software is made.

Keywords:

thin elastic shell, universal solid finite element, reduced model, impulse load.

Krivenko O.P., Vorona Yu.V.

АНАЛИЗ НЕСТАЦИОНАРНОЙ РЕАКЦИИ УПРУГОЙ ОБОЛОЧКИ НА ИМПУЛЬСНУЮ НАГРУЗКУ

Приведена методика исследования нестационарных колебаний оболочек неоднородной структуры при действии кратковременных динамических нагрузок. Методика построена на основе конечно-элементной модели тонкой упругой неоднородной оболочки и созданной на ее базе для задач динамики редуцированной модели. Выполнено сравнение решений результатам расчетов, полученных с помощью программного комплекса SCAD.

Ключевые слова: тонкая упругая оболочка, универсальный пространственный конечный элемент, редуцирована модель, импульсная нагрузка.

УДК 539.3

Кривенко О.П., Ворона Ю.В. Аналіз нестационарної реакції пружної оболонки на імпульсне навантаження // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2018. – Вип. 101. – С. 26-37.

Наведено методіку дослідження нестационарних коливань оболонок неоднорідної структури при дії короткочасних динамічних навантажень. Виконано порівняння розв'язків з результатами розрахунків, що отримані за допомогою програмного комплексу SCAD.

Табл. 2. Іл. 8. Бібліогр. 8 назв.

UDC 539.3

Krivenko O.P., Vorona Yu.V. Analysis of non-state reaction of elastic shell to impulse load // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 101. – P. 26-37. – Ukr.

A method for investigating the non-stationary vibrations of shells with an inhomogeneous structure under the action of short-term dynamic loads is presented. Comparison of solutions with the results obtained using the SCAD software package is given.

Tabl. 2. Fig. 8. Ref. 8.

УДК 539.3

Кривенко О.П., Ворона Ю.В. Анализ нестационарной реакции упругой оболочки на импульсную нагрузку // Сопроотивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2018. – Вип. 101. – С. 26-37. – Укр.

Приведена методика исследования нестационарных колебаний оболочек неоднородной структуры при действии кратковременных динамических нагрузок. Выполнено сравнение решений результатам расчетов, полученных с помощью программного комплекса SCAD.

Табл. 2. Ил. 8. Библиогр. 8 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, КРИВЕНКО Ольга Петрівна

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29.

Мобільний тел.: +38(066) 048-32-77,

E-mail: olakop@ukr.net.

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1623-9679>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри будівельної механіки КНУБА, ВОРОНА Юрій Володимирович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29.

Мобільний тел.: +38(050) 750-13-61

E-mail: yuvv@ukr.net.

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8130-7204>

UDC 539.3

EFFECT OF STATIC LOADS ON THE NATURAL VIBRATIONS OF RIBBED SHELLS

O.P. Krivenko,

Candidate of Science (Engineering), Senior Researcher, Leading Researcher

*Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv
Povitroflotsky ave., 31, Kyiv, 03680*

DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2018.101.38-44>

Abstract. The article is devoted to a further analysis of the natural vibrations of inhomogeneous shells under the action of static loads. The method of investigation is based on a unified methodology that combines the problems of static stability and the vibrations of elastic shells. The problems of natural vibrations take into account the presence of a prestressed state of the shell structure from the action of static loads. The presence of a static load significantly affects the spectrum of the natural frequencies of the shell. This approach allows us to determine the critical load by the dynamic criterion.

The method of investigating of inhomogeneous shells is based on the uniform methodological positions of the 3-d geometrically nonlinear theory of thermoelasticity and the finite-element method in the form of the moment finite-element scheme. So, a thin shell is considered by this method as a three-dimensional body which is modeled throughout the thickness by one isoparametric solid finite element with multilinear shape functions.

Two nonclassical hypotheses are used to describe the stress-strain state of a thin inhomogeneous shell. The kinematic hypothesis of deformed straight line in the thickness direction: though stretched or shortened during deformation, a straight segment along the thickness remains straight. This segment is not necessarily normal to the mid-surface of the shell. The displacements are assumed distributed linearly along the thickness, which is conventional in the theory of thin shells. The static hypothesis compressive assumes that the stresses in the fibers are constant throughout the thickness of the shell.

Modal analysis of a shallow ribbed panel demonstrates the effectiveness of the developed method. The natural frequencies and mode shapes are determined at each increment of static loading.

Keywords: thin elastic shell, rib, buckling, natural vibrations, static load.

Introduction. Thin-walled shell structures are widely used in many branches of modern engineering. Problems of stability and natural vibrations of shallow panels are classical in the theory of thin elastic shells. Numerous literatures are devoted to their study [1-14]. Methods and algorithms for solving nonlinear stability problems and determining the parameters of natural vibrations are investigated on this type of shells, mainly of constant thickness. The shells are designed step-variable thickness (reinforced with ribs and overlays) to increase the overall rigidity of the thin-walled structure (and, correspondingly, its load-bearing capacity) [1-4, 10-12]. Static loads significantly affect both the stress-strain state of the structure and its dynamic characteristics, which include frequencies and forms of natural vibrations [5-8, 15, 16]. But the investigation of the static load effect on the vibrations of shells even of constant thickness is a difficult and insufficiently studied problem of structural mechanics. In addition the determination of natural frequencies and forms of small vibrations of the structure is a necessary element of investigation the behavior of shells.

1 Statement of the problem and method of investigation. The purpose of the article is to use the method developed in [5] for calculating the natural frequencies and forms of the mode of thin rim shells, taking into account the action of the static load. The approach developed in [5] allows us to investigate comprehensively

geometrically nonlinear deformation and buckling of thin and medium thickness elastic shells of an inhomogeneous structure [1-4] and to analyze small vibrations of shells with respect to a reference deformed state caused by a static load taking into account large displacements and pre-stressed states.

The finite-element method [1-4] is constructed on the basis of geometrically nonlinear relations of the three-dimensional theory of thermoelasticity, the positions of the moment finite-element scheme (MFES) and the application of the universal spatial finite element (FE) to modelling thin shells. We approximate a thin shell by one spatial FE throughout the thickness to develop a finite-element shell model. This approach is effective for solving problems of nonlinear deformation, buckling, and natural vibrations of thin shells [1-5, 9, 17-22]. The structural elements of an inhomogeneous shell require that the FE be universal: it should be eccentrically arranged relative to the mid-surfaces of the casing, it should be possible to vary the thickness of the lateral edges of the FE; the lateral edges of the neighboring FEs should be in continuous contact; and it should be possible to model sharp bends in the shell.

The problem of nonlinear deformation, buckling, and postbuckling behavior of inhomogeneous shells is solved by a combined algorithm that employs the parameter continuation method, a modified Newton–Kantorovich method, and a procedure for automatic correction of algorithm parameters [1, 2]. The justification of the reliability of the obtained calculation results is based on a study of the convergence of finite-element solutions and their comparison with known analytical and numerical results.

The algorithm for investigating the natural vibrations of shells with an inhomogeneous structure [5] is realized by the subspace iteration method [23, 24].

Thus, the proposed integrated approach allows us to investigate the joint effect of the parameters of pre-stressed state and the shells' geometric characteristics on the buckling and natural vibrations of shells with complex structure. The pre-stresses significantly affect the spectrum of natural frequencies. Their allowance makes it possible to determine the bifurcation points and the value of the critical force by the dynamic criterion [25]. According to the dynamic criterion, the load which corresponds to the appearance of a negative value of the fundamental frequency is taken as critical.

2 Analysis of stability and natural vibrations of the ribbed panel.

Investigation of the stability of rib-reinforced shells is presented using the example of shallow spherical panel of square planform ($K=2a^2/(Rh)=32$, $a=60h$, $R=225h$) with hinged edges, and subject to uniform pressure. The shell is reinforced from inside by two central cross-ribs (height $h_r=3h$ and width $b_r=2h$) (Fig. 1). The input data: $h=1$ cm, $E=2.1\cdot 10^6$ kg/cm², $\nu=0.3$, $\rho=7.85\cdot 10^{-3}$ kg/cm³. Results are presented in terms of dimensionless parameters: $\bar{q}=a^4q/(Eh^4)$, $\bar{u}^1=u^1/h$, where u^1 is the deflection of the panel along the axis x^1 .

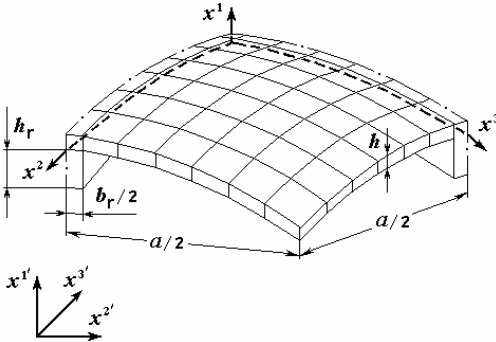


Fig. 1. Fragment of ribbed panel

Analysis for convergence shows that the 16×16 FE mesh for whole panel is sufficient. To obtain the results with greater accuracy, the 42×42 FE mesh has been used in the calculations.

The comparison of solutions is performed with data obtained for a smooth panel to analyze the effect of ribs on natural vibrations and the buckling of a shallow shell.

The results of the investigation of nonlinear deformation and the buckling of a smooth panel are given in Ref. [1, 2]. The results of the investigation of the natural vibrations for this panel are given in Ref. [5].

There is the dashed line with the mark “■” for the solution of the smooth panel on the “load – deflection” (“ $\bar{q} - \bar{u}$ ”) and “load – frequency” (“ $\bar{q} - \omega$ ”) curves. The results of calculations for the ribbed panel are marked “■”.

The circles on the “ $\bar{q} - \bar{u}$ ” and “ $\bar{q} - \omega$ ” curves indicate the loads \bar{q}^i for which the natural vibrations are calculated. The load $\bar{q}^{i=0}$ corresponds to the initial state when the panel is not loaded ($\bar{q} = 0$).

Analysis of the results (Table 1) shows us the following.

Under loads up to the value $\bar{q}^{i=6}$ ($\bar{q}^{i=0} \div \bar{q}^{i=5}$) the eigenfrequencies “ ω_2 ” and “ ω_3 ” are multiple. As a result the “ $\bar{q} - \omega_2$ ” and “ $\bar{q} - \omega_3$ ” curves coincide on this section (Fig. 2), and the corresponding mode shapes have the form shown in Fig. 3 ($\bar{q}^{i=0}$).

Table 1

Eigenfrequencies of the ribbed panel for different values of the load \bar{q}^i

No (\bar{q}^i)	ω_1, Hz	ω_2, Hz	ω_3, Hz	ω_4, Hz	ω_5, Hz	ω_6, Hz
0	493,16	761,98	761,98	793,29	970,44	1122,1
1	491,03	757,13	757,13	786,81	963,56	1116,3
2	484,35	746,97	746,97	773,92	950,21	1106,8
3	473,94	730,92	730,92	753,68	929,28	1092,0
4	457,36	704,72	704,72	720,93	895,60	1068,6
5	429,74	659,24	659,24	664,82	838,49	1030,2
6	378,78	553,51	567,29	567,29	727,84	960,48
7	321,23	482,05	502,72	502,72	664,92	934,08
8	287,05	402,90	436,65	436,65	593,95	895,02
9	224,04	241,95	309,07	309,07	470,04	833,85
10	106,79	145,85	224,59	224,59	413,22	807,73
11	- 982,64	101,45	159,47	159,47	373,40	787,21

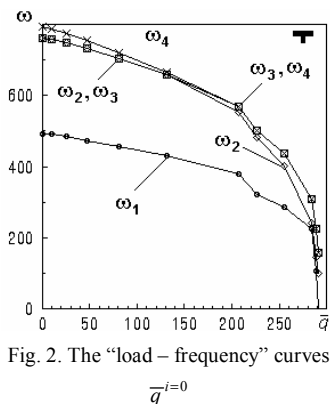


Fig. 2. The "load - frequency" curves

Starting from the load $\bar{q}^{i=6}$, we have a coincidence of the eigenfrequencies ω_3 and ω_4 (Table 1), the " $\bar{q} - \omega_2$ " and " $\bar{q} - \omega_3$ " curves (Fig. 2) and the corresponding reconstruction of the vibration modes (Fig. 3, $\bar{q}^{i=6}$, $\bar{q}^{i=10}$).

Throughout the range of load changing (from $\bar{q}^{i=0}$ and until $\bar{q}^{i=9}$), the mode shape that corresponds to the frequency ω_1 has a simple form (Fig. 3; $\bar{q}^{i=0}$, $\bar{q}^{i=6}$). The vibration is characterized by deformation in the area of the center of the panel. To the moment of buckling, the mode shape has an asymmetric form with maximum amplitude at the centers of the quarters (Fig. 3, $\bar{q}^{i=10}$).

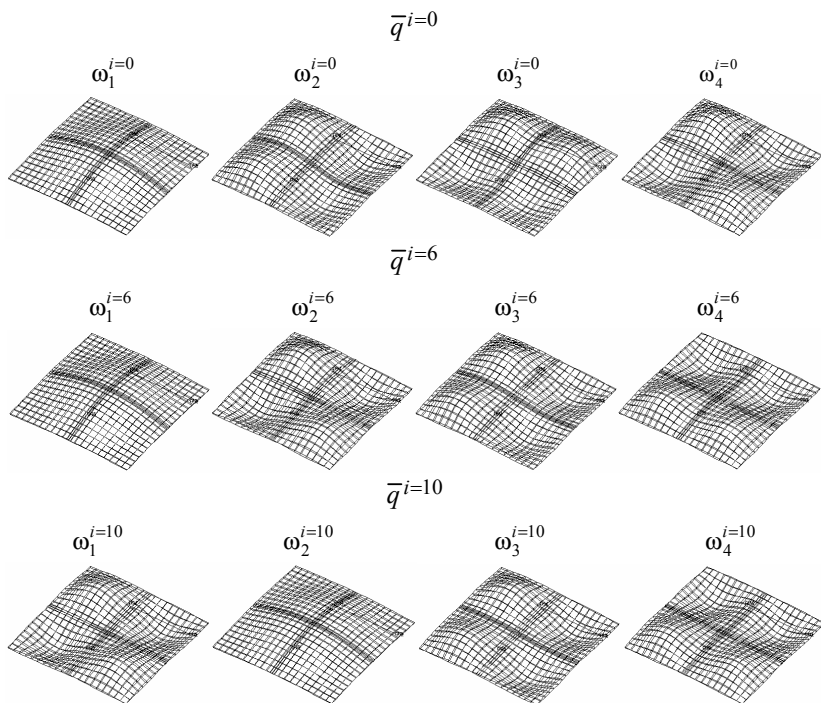


Fig. 3. Reconstruction of the first four mode shapes in the process of loading

A comparison of the "load-deflection" (Fig. 4) and "load-frequency" curves (Fig. 5) for smooth and ribbed panels has showed the following: adding two ribs increases the mass of the panel by 19.3% and \bar{q}_{cr}^{up} by a factor of 1.5 [1, 2]; and decreases the frequency $\omega_1^{i=0}$ by 7.5% (for a smooth panel $\omega_1^{i=0} = 533.78$). Upon

the load $\bar{q} \approx 80 > \bar{q}^{i=4}$ the frequency ω_1 for the ribbed panel is greater than the corresponding frequency for a smooth shell.

According to the dynamic criterion when a frequency $\omega_1 = 0$, the load can be taken as critical. For a ribbed panel $\bar{q}_{cr}^{up} = 291,4$.

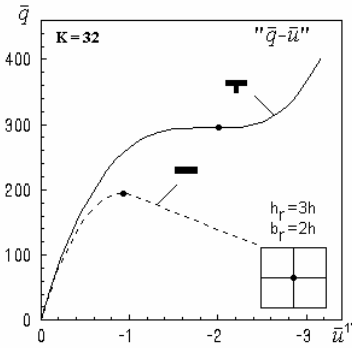


Fig. 4. The "load – deflection" curves"

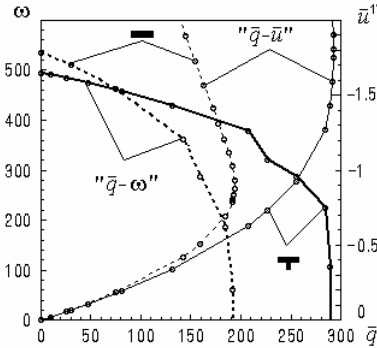


Fig. 5. Diagrams for smooth and ribbed panels

Conclusions. A method for studying the natural vibrations of inhomogeneous shells subject to action of static loads is considered. The method is based on a unified methodology that combines the problems of static stability and the vibrations of elastic shells. A modal analysis is performed on a pre-stressed structure. This approach allows us to determine the critical load by the dynamic criterion.

The natural frequencies and mode shapes are important parameters in the design of a thin-walled structure especially for dynamic loading conditions. These vibration characteristics of a structure may be served as a starting point for another, more detailed analysis.

The developed method has been used to investigate the buckling of a thin ribbed shell with the definition of frequencies and forms of natural oscillations at each increment of the load. Dependences of the vibration characteristics on the loading increase have been obtained.

REFERENCES

1. *Bazhenov V. A., Krivenko O. P., Solovei N. A.* Nonlinear Deformation and Buckling of Elastic Shells with Inhomogeneous Structure [in Ukrainian] – ZAT «Vipol», (Kyiv), 2010. – 316 p.
2. *Bazhenov V. A., Krivenko O. P., Solovei N. A.* Nonlinear Deformation and Buckling of Elastic Shells with Inhomogeneous Structure: Models, Methods, Algorithms, Poorly Studied and New Problems [in Russian]. – Book House "LIBRIKOM" (Moscow), 2013. – 336 p.
3. *Bazhenov V.A., Solovei N.A., Krivenko O.P.* Modeling of Nonlinear Deformation and Buckling of Elastic Inhomogeneous Shells // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBS. – Issue 92, pp. 121-147 (2014), [in Ukrainian].
4. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P.* Finite element modelling of processes of nonlinear deformation and buckling of elastic inhomogeneities thin-walled structures at action of thermomechanical loadings / Proceedings of the International Youth scientific conference "Strength, Creep and Destruction of Building and Engineering Materials and Structures" dedicated to the 55th anniversary of the RUDN (Master Classes of Famous Specialists) Moscow, November 18-21, 2014 - P. 55-64.
5. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Legostaev A.D.* Stability and natural vibrations of inhomogeneous shells taking into account the stress state // Strength of Materials and Theory of

- Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBS, 2015 – Issue 95. – Pp. 96–113, [in Ukrainian].
6. *Krivenko O.P., Legostayev A.D., Grechukh N.A.* Analysis of natural vibrations of shells with inhomogeneous structure using reduced finite element models // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBS, 2017. – Issue 98, Pp. 72-88, [in Ukrainian].
 7. *Krivenko O.P.* Effect of Heating on the Stability and Natural Vibrations of a Spherical Panel with the Changing Combined Fixation of the Boundary // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBS, 2015. – Issue 96. – Pp. 48-65, [in Ukrainian].
 8. *Krivenko O.P.* Effect of Preliminary Heating and Combined Fixation of the Boundary on the Stability and Natural Vibrations of Panels under Action of Pressure // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBS, 2016. – Issue 97. – P. 107-120 [in Ukrainian].
 9. *Golovanov A.I., Tyuleneva O.N., Shigabutdinov A.F.* Finite Element Method in Static and Dynamics of Thin-Walled Structures [in Russian]. – FIZMATLIT (Moscow), 2006. – 392 p.
 10. *Karpov V.V.* Strength and buckling of reinforced shells of rotation. In 2 parts. Part 1. Models and algorithms for investigating the strength and stability of reinforced shells of revolution [in Russian]. – FIZMATLIT (Moscow), 2010. – 288 p.; Part 2. Computational experiment with static mechanical action [in Russian]. – FIZMATLIT (Moscow), 2011. – 248 p.
 11. *Gavrilenko G.D., Matsner V. I., Kutenkova O.A.* Free vibrations of ribbed cylindrical shells with local axisymmetric deflections // International Applied Mechanics, 2008. – Vol. 44. – Issue 9. – Pp. 1006–1014.
 12. *Zarutskii V.A., Lugovoi P.Z., Meish V.F.* Dynamic problems for and stress–strain state of inhomogeneous shell structures under stationary and nonstationary loads // International Applied Mechanics, 2009. – Vol 45, № 3. – Pp. 245-271.
 13. *Reddy J.N.* Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells, Second Edition - CRC Press, 2006. - 568 p.
 14. *Amabili M.* Nonlinear vibrations and stability of shells and plates. – Cambridge: Cambridge University Press, 2008. – 374 p.
 15. *Kirichok I.F.* “Effect of initial temperature stresses on natural vibrations of orthotropic cylindrical shells” // Thermal stresses in structural elements, (1970) – Vol. 9. – Pp. 281-290 [in Russian].
 16. *Flachok V.M., Shvets R.N.* “Effect of non-uniform heating on natural vibrations of anisotropic cylindrical shells” // Thermal stresses in structural elements, (1981) – Vol. 9. – Pp. 48-53 [in Russian].
 17. *Sakharov A.S., Kislookii V.N., Kirichevskii V.V., [et al.]* Finite-Element Method in Solid Mechanics [in Russian], Vyshcha Shkola (Kyiv), (1982). – 480 p.
 18. *Solovei N.A.*, A modified three-dimensional finite element for modeling thin inhomogeneous shells // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBS, 2006. – Issue 80, pp. 96–113, [in Ukrainian].
 19. *Kiselev A.P., Gureeva N.A., Kiseleva R.Z.* Calculation of a multilayer shell with the use of a spatial finite element // Izvestiya Volgograd State Technical University (2010). Vol. 4. – No. 4 [in Russian].
 20. *Liao C.-L. & Reddy J. N.* Analysis of anisotropic stiffened, composite laminates using a continuum-based shell element // Comput. Struct., 34, No. 6, pp. 805–815 (1989).
 21. *Zienkiewicz O.C.*, The Finite-Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill, New York (1971).
 22. *Bischoff M., Ramm E., Irslinger J.* Models and finite elements for thin-walled structures // Encyclopedia of Computational Mechanics Second Edition. (2018) – C. 1-86.
 23. *Bathe K.-J., Wilson E.L.*, Numerical methods in finite element analysis, – Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1976. – 528 p.
 24. *Bathe K.-J.* The subspace iteration method – Revisited // Computers & Structures, 2013, 126: 177-183 pp.
 25. *Vol'mir A.S.*, Nonlinear dynamics of plates and shells. [in Russian] – Nauka (Moscow), 1972. – 432 p.

Стаття надійшла 4.06.2018

Кривенко О.П.

ВПЛИВ СТАТИЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ НА ВЛАСНІ КОЛИВАННЯ РЕБРИСТИХ ОБОЛОНОК

Стаття присвячена подальшому аналізу власних коливань неоднорідних оболонок, що знаходяться під дією статичних навантажень. Метод дослідження заснований на єдиній методології, яка поєднує проблеми стійкості та коливань пружних оболонок. У задачі про власні коливання оболонки враховується наявність попередньо напруженого стану конструкції від дії статичних навантажень. Наявність статичного навантаження істотно впливає на спектр власних частот коливань оболонки. Такий підхід дозволяє визначити критичне навантаження за динамічним критерієм. Метод дає змогу розглядати широкий клас неоднорідних оболонок тонкої та середньої товщини. Під неоднорідністю оболонки

розуміться два види її особливостей: геометричні особливості конструкції у вигляді неперервно-змінної та ступінчасто-змінної товщини, зламів середньої поверхні, наявності отворів; структурна неоднорідність матеріалу оболонки за товщиною та у плані у вигляді комбінації різних багат шарових пакетів. Для опису напружено-деформованого стану тонкої неоднорідною оболонки використовуються дві гіпотези. Застосована некласична кінематична гіпотеза деформівної прямої: пряма в напрямку товщини, скорочуючись або подовжуючись, залишається прямою і після деформування оболонки. Ця пряма не обов'язково є нормальною до середньої поверхні оболонки. У напрямку товщини розподіл переміщень прийнято лінійним, що є загальноприйнятим підходом у теорії тонких оболонок. У статичній гіпотезі напруження обтиску волокон шару по товщині оболонки прийняті сталими.

Розроблений метод був використаний для дослідження стійкості тонкої ребристої оболонки з визначенням частот і форм власних коливань на кожному кроці приросту статичного навантаження. Отримано залежності характеристик коливань від збільшення навантаження. Модальний аналіз пологої ребристої панелі демонструє ефективність розробленого методу.

Ключові слова: тонка пружна оболонка, ребро, стійкість, власні коливання, статичне навантаження

Кривенко О.П.

ВЛИЯНИЕ СТАТИЧЕСКИХ НАГРУЗОК НА СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ РЕБРИСТЫХ ОБОЛОЧЕК

Рассматривается методика исследования собственных колебаний тонкостенных оболочечных конструкций с учетом приложенной статической нагрузки. Методика опирается на комплексный подход, сочетающий конечно-элементный метод исследования геометрически нелинейного деформирования, устойчивости и закритического поведения тонких неоднородных оболочек и модальный анализ оболочек с учетом наличия напряженного состояния на каждом шаге нагружения. Выполнен анализ частот и форм собственных колебаний тонкой ребристой панели, шарнирно опертой по контуру и нагруженной равномерным давлением.

Ключевые слова: тонкая упругая оболочка, ребро, устойчивость, собственные колебания, статическая нагрузка

УДК 539.3

Кривенко О.П. Вплив статичних навантажень на власні коливання ребристих оболонок / Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2018. – Вип. 101. – С. 38-44. – Англ.

Наведено методику та результати розрахунку частот і форм власних коливань тонкої ребристою панелі, що шарнірно оперта по контуру та навантажена рівномірним тиском.

Табл. 1. Ил. 5. Библиогр. 25 назв.

UDC 539.3

Krivenko O.P. Effect of Static Loads on the Natural Vibrations of Ribbed Shells / Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 101. – P. 38-44.

The method for and results of calculating the frequencies and mode shapes of a thin ribbed panel hinged by the contour and loaded with uniform pressure are presented.

Tabl. 1. Fig. 5. Bibliograf. 25 ref.

УДК 539.3

Кривенко О.П. Влияние статических нагрузок на собственные колебания ребристых оболочек // Соппротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2018. – Вып. 101. – С. 38-44. – Англ.

Приведена методика и результаты расчета частот и форм собственных колебаний тонкой ребристой панели, шарнирно опертой по контуру и нагруженной равномерным давлением.

Табл. 1. Ил. 5. Библиогр. 25 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА КРИВЕНКО Ольга Петрівна

Адреса робоча: 03680, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Мобільний тел.: +38(066) 048-32-77

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29

E-mail: olakop@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1623-9679>

УДК 539.3

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТІЙКОСТІ ПАРАМЕТРИЧНИХ КОЛИВАНЬ ВИСОКОЇ ТОНКОСТІННОЇ ОБОЛОНКИ ВІД'ЄМНОЇ ГАУСОВОЇ КРИВИЗНИ

О.О. Лук'янченко,
канд. техн. наук

О.М. Палій,
старший викладач

*Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680; (044) 2415420, e-mail: lukianch0907@meta.ua*

DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2018.101.45-59>

Виконано чисельне моделювання стійкості параметричних коливань високої тонкостінної оболонки виду гіперболічного параболоїда при зовнішньому поверхневому тиску та осьовому стисканні. Редуковані матриці мас, демпфірування, жорсткості і геометричної жорсткості оболонки сформовані за допомогою процедур програмного комплексу скінченноелементного аналізу. Розв'язані задачі нелінійної статичної модифікованим методом Ньютона-Рафсона та стійкості методом Ланцоша при дії статичної складової параметричного навантаження двох видів. Виконано модальний аналіз оболонки в лінійній постановці без урахування навантаження методом Ланцоша і в нелінійній постановці для визначення власних частот і форм коливань оболонки, яка навантажена статичною складовою параметричного навантаження двох видів. При формуванні редукованих моделей стійкості параметричних коливань оболонки при різних видах навантаження враховані особливості її статичної та динамічної поведінки.

Ключові слова: параметричні коливання, динамічна стійкість, метод скінченних елементів, висока тонкостінна оболонка, гіперболоїд.

Вступ. В будівництві широко використовуються оболонки від'ємної гаусової кривизни, в тому числі гіперболічні параболоїди [1-23]. Наприклад, на рис. 1 (а) представлена оболонкова конструкція охолоджувальної башти АЕС з бетону висотою 160 м, радіусом 37-59 м і товщиною 0,2-0,28 м. Бетонне покриття споруди зі змінною товщиною (від 0,2 м) у вигляді гіперболічного параболоїда представлено на рис. 1 (б). Особливе місце серед таких оболонок займає гіперболоїд Шухова (рис. 1 (в)). За рахунок конструкції стінки, яка є несучільною і складається зі стержнів, гіперболоїд Шухова може мати висоту у декілька сотнів метрів, невеликі радіуси і сприймати великі вітрові навантаження. Детально розроблені методи розрахунку гіперболоїда Шухова з такою стінкою [11]. На теперішній час у архітекторів і конструкторів виникає бажання створення оболонкових споруд висотою у сотні метрів з невеликими окружними радіусами виду гіперболоїда Шухова з суцільною тонкою стінкою. У зв'язку з цим, актуальним постає питання забезпечення її статичної і динамічної стійкості при різних навантаженнях, особливо при дії параметричних навантажень. Для розв'язання цієї задачі важливою є створення редукованих моделей стійкості параметричних коливань таких оболонок та інших тонкостінних оболонок від'ємної гаусової кривизни [19-23].



(a)

(б)

(в)

Рис. 1. Конструкції у вигляді гіперболічних параболоїдів:

(а) - охолоджувальна башта АЕС, (б) - покриття споруди, (в) – телевізійна вежа (Шухова)

Моделювання за допомогою чисельних методів на відміну від аналітичних дає змогу спростити розв'язання даної проблеми. Серед чисельних методів широке застосування набув метод скінченних елементів, який реалізовано в сучасних обчислювальних комплексах SCAD, ANSYS, NASTRAN та інших [24].

В роботі за допомогою чисельної методики [22,23] побудовані дві редуковані дискретні моделі стійкості параметричних коливань високої тонкостінної оболонки виду гіперболічного параболоїда при зовнішньому поверхневому тиску та осьовому стисканні. Рівняння динамічної стійкості оболонки подано у вигляді рівняння статичної рівноваги з додаванням д'Аламберових сил інерції, дисипативних сил і деяких складових незбудженого напружено-деформованого стану оболонки, що залежать від часу. Редуковані матриці мас, демпфірування, жорсткості і геометричної жорсткості оболонки сформовані за допомогою процедур програмного комплексу скінченноелементного аналізу NASTRAN [24]. Розв'язані задачі нелінійної статичної (Nonlinear Static) та стійкості (Buckling) при дії постійної складової параметричного навантаження двох видів. Проведений модальний аналіз тонкостінної оболонки в лінійній постановці (Normal Modes) без урахування навантаження і в нелінійній постановці для визначення власних частот коливань оболонки, яка навантажена постійною складовою параметричного навантаження (Nonlinear Static, Modes_Param) двох видів. Особливості статичної та динамічної поведінки тонкостінної оболонки від'ємної гаусової кривизни при різних видах навантаження враховані при формуванні редукованих моделей стійкості параметричних коливань. Слід відмітити, що при дослідженні статичних і динамічних характеристик оболонки форми деформування її суцільної тонкої стінки мають велику кількість півхвиль як в радіальному так і в осьовому напрямках. Таке деформування стінки у вигляді випучин і вм'ятин є більш небезпечним, ніж деформування стінки гіперболоїда Шухова, що складена особливим чином зі стержнів.

1. Чисельна методика побудови редукованої моделі параметричних коливань оболонки

В статті використана чисельна методика, яка апробована при дослідженні пологих оболонок додатної та від'ємної гаусової кривизни [20-23]. Динамічна стійкість параметричних коливань дискретної пружної системи з скінченним числом степенів вільності записана у вигляді

$$M\ddot{\vec{u}}(t) + C\dot{\vec{u}}(t) + K\vec{u}(t) + z_0 K_{G_1} \vec{u}(t) + \tilde{z}(t) K_{G_2} \vec{u}(t) = 0, \quad (1)$$

де $\vec{u}(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t))^T$ – вектор вузлових переміщень; M, K, K_{G_1} та K_{G_2} – позитивно визначені матриці мас, жорсткості та геометричної жорсткості відповідно, C – матриця демпфірування. Тут параметричні сили $z(t)$ подані з точністю до двох множників, один з яких z_0 характеризує статичну складову параметричного навантаження, а другий $\tilde{z}(t)$ – складову, яка може бути детермінованою періодичною функцією або випадковим процесом.

Для редукування моделі (1) в роботі застосовано метод узагальнених координат. Нетривіальний розв'язок системи представлено у вигляді

$$\vec{u}(t) = V\vec{y}(t), \quad (2)$$

де V – матриця розміром $n \times m$, яка визначається системою базисних векторів $\{\vec{v}_i\}_{i=1}^m$:

$$V = (\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_m), \quad (3)$$

$\vec{y}(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_i(t), \dots, y_m(t))^T$ – вектор узагальнених координат.

Тоді система (1) набуває вигляду

$$M^* \ddot{\vec{y}}(t) + C^* \dot{\vec{y}}(t) + K^* \vec{y}(t) + z_0 K_{G_1}^* \vec{y}(t) + \tilde{z}(t) K_{G_2}^* \vec{y}(t) = 0, \quad (4)$$

де $M^*, C^*, K^*, K_{G_1}^*, K_{G_2}^*$ – відповідно редуковані матриці мас, демпфірування C^* , жорсткості, геометричної жорсткості розмірністю $m \times m$. В програмі NASTRAN [24] за базисні вектори прийняті форми власних коливань $\{\vec{\phi}_i\}_{i=1}^m$, які нормовані по матриці мас M . В цьому випадку редуковані матриці мас M^* , демпфірування C^* і жорсткості K^* набувають вигляду

$$M^* = \Phi^T M \Phi = E = \text{diag}(1, 1, \dots, 1),$$

$$C^* = \Phi^T C \Phi = \text{diag}(2\varepsilon_1 \omega_1, 2\varepsilon_2 \omega_2, \dots, 2\varepsilon_i \omega_i, \dots, 2\varepsilon_m \omega_m),$$

$$K^* = \Phi^T K \Phi = \text{diag}(\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_i^2, \dots, \omega_m^2), \quad (5)$$

де $\Phi = \{\vec{\phi}_i\}_{i=1}^m$ – матриця форм власних коливань, $\omega_i = 2\pi\nu_i$ – кругова власна частота коливань (c^{-1}), ε_i – коефіцієнт демпфірування оболонки по i - тій власній частоті коливань, m – число врахованих власних форм коливань. Редукована матриця геометричної жорсткості K_G^* пологої

оболонки, відповідно числовій методиці [20-23], обчислюється за формулою

$$K_G^* = \Phi^T K \Psi \Lambda^{-1} \Psi^T K \Phi. \quad (6)$$

Тут $\Lambda = \{\tilde{\lambda}_i\}_{i=1}^m = \{q_{cr1}, q_{cr2}, \dots, q_{cr m}\}^T$ – матриця критичних значень навантаження; вектори матриці $K\Psi$ і $K\Phi$ обчислюються за допомогою процедури визначення реакції системи на задане поле переміщень у вигляді векторів власних форм коливань $\Phi = \{\tilde{\varphi}_i\}_{i=1}^m$ і форм втрати стійкості оболонки $\Psi = \{\tilde{\psi}_i\}_{i=1}^m$.

Редукована модель динамічної стійкості параметричних коливань оболонки з врахуванням формул (4), (5) и (6) набуває вид системи зв'язаних рівнянь

$$\ddot{y}_i(t) + 2\xi_i \omega_i^2 \dot{y}_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) + z(t) \sum_{j=1}^m g_{ij} y_{ij}(t) = 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, m, \quad (7)$$

де g_{ij} – члени редукованої матриці геометричної жорсткості K_G^* (6).

В статтях [23, 24] представлена додаткова редукована модель стійкості параметричних коливань пологої оболонки виду гіперболічного параболоїда. В першому наближенні вона може враховувати втрату стійкості з послідуємим виходом в зону стійкості. Ця модель має вигляд системи незв'язаних рівнянь

$$\ddot{y}_i(t) + 2\varepsilon_i \omega_i^2 \dot{y}_i(t) + \tilde{\omega}_{i(z_0)}^2 y_i(t) - \tilde{z}(t) \frac{g_{ii}(z_0)}{z_0} y_i(t) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (8)$$

де $\tilde{\omega}_i = 2\pi\tilde{\nu}_i$ – кругова власна частота коливань оболонки, як навантажена постійною складовою параметричного навантаження (c^{-1}); $\tilde{z}(t)$ – складова параметричного навантаження, яка залежить від часу; $g_{ii}(z_0)$ – члени редукованої матриці геометричної жорсткості $K_{G(z_0)}^*$, що відповідають i -тій власній частоті коливань оболонки і статичній складовій параметричного навантаження z_0 .

2. Аналіз впливу статичної складової параметричного навантаження на напружено-деформований стан і стійкість оболонки

Фізичні і геометричні параметри сталльної тонкостінної оболонки прийняті рівними: окружні радіуси $R = 40$ м і $r = 20$ м, висота $L = 160$ м, товщина $h = 0,02$ м, модуль пружності $E = 210$ ГПа, коефіцієнт Пуасона $\mu = 0,3$. Поверхня оболонки змодельована у вигляді сукупності плоских прямокутних скінчених елементів зі шістьма степенями вільності у вузлах. Нижній, середній та верхній контури оболонки розбиті на 64 частини, твірна – на 48. Кількість вузлів і елементів моделі складає 3136 и 3072 відповідно. Обмежені всі лінійні і кутові переміщення вузлів моделі оболонки на нижньому та верхньому контурах, крім лінійних вертикальних переміщень вузлів верхнього контуру.

2.1. Статична поведінка оболонки при дії статичної складової поверхневого тиску

Поверхневий тиск прикладений ззовні на всі елементи оболонки. Дослідження напружено-деформованого стану оболонки виконано в нелінійній постановці. Задача статички розв'язана модифікованим методом Ньютона-Рафсона (Nonlinear Static). На рис. 2 представлена крива навантаження оболонки поверхневим тиском $z_0 = q_0 = 2000 \text{ Па}$ двох вузлів моделі, в яких спостерігаються максимальні переміщення при розтягу та стиску.

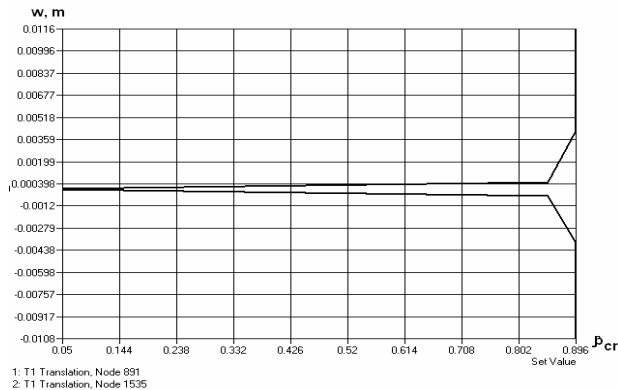


Рис. 2. Крива навантаження оболонки поверхневим тиском (Nonlinear Static).

Граничний стан оболонки відповідає значенню $q_{cr} = 0,896q_0 = 1793 \text{ Па}$. На рис. 3 представлено напружено-деформований стан оболонки для двох значень поверхневого тиску $q = 1000 \text{ Па}$ та $q_{cr} = 1793 \text{ Па}$. Максимальне переміщення відповідно склали $0,00119 \text{ м}$ та $0,0132 \text{ м}$, максимальні еквівалентні напруження – $2,741 \text{ МПа}$ та $4,997 \text{ МПа}$.

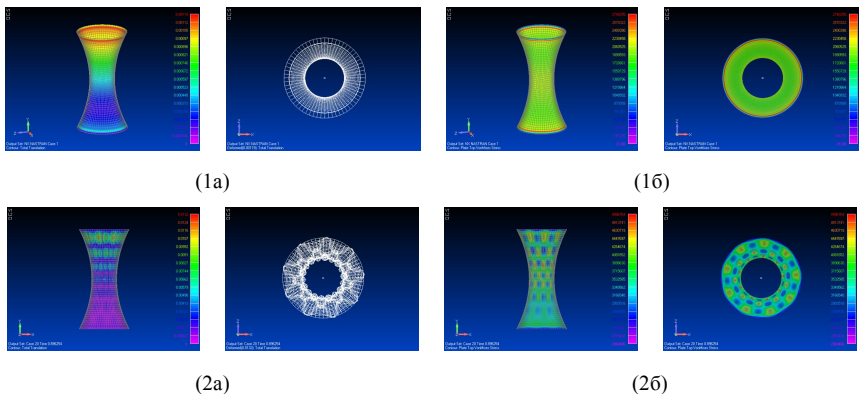


Рис. 3. Стан оболонки при зовнішньому тиску $q = 1000 \text{ Па}$ (1) та $q_{cr} = 1793 \text{ Па}$ (2):
(а) – деформація, (б) – еквівалентні напруження

Виконано розрахунок стійкості оболонки в лінійній постановці (Buckling) за допомогою розв'язання задачі на власні значення методом Ланцоша. На рис. 4 показані перші чотири форми втрати стійкості вздовж твірної і в радіальному напрямку. Відповідні цим формам критичні значення поверхневого тиску склали: $q_{cr} = [1742,73; 1771,96; 1791,98; 1876,95]$ Па.

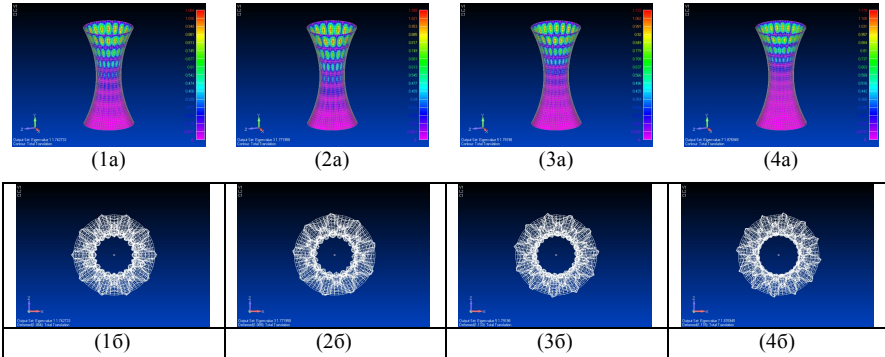


Рис. 4. Перші чотири (1-4) форми втрати стійкості оболонки при поверхневому тиску (Buckling) вздовж твірної (а) і в радіальному напрямку (б)

Дослідження статичної стійкості оболонки показало, що перше критичне значення поверхневого тиску дещо менше (0,03%) за значення, яке отримано в нелінійній постановці (Nonlinear Static). При цьому спостерігається різна кількість півхвиль вздовж твірної: 6 (рис. 3 (2a)) і 7 (рис. 4 (1a)) та в радіальному напрямку: 9 (рис. 3 (2a)) і 10 (рис. 4 (1б)).

2.2. Статична поведінка оболонки при осьовому стисканні

Стискаюче осьове параметричне навантаження діє на верхній контур оболонки і змодельоване у вигляді зосереджених сил, прикладених до вузлів її верхнього контуру. Нелінійна задача статички розв'язана модифікованим методом Ньютон-Рафсона (Nonlinear Static). На рис. 5 представлені криві навантаження оболонки двох вузлів моделі оболонки, в яких спостерігається максимальні переміщення різних знаків. До кожного з 80 вузлів верхнього контуру оболонки прикладена стискаюча осьова сила $z_0 = P_0 = 400$ кН.

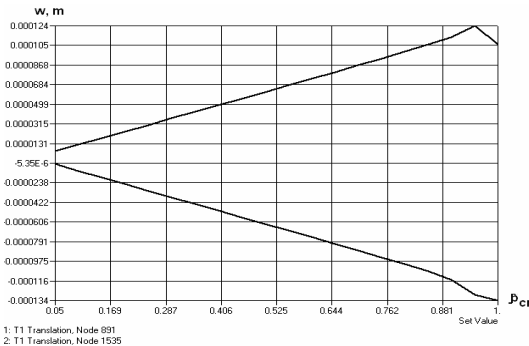


Рис. 5. Крива навантаження оболонки осьовим стисканням (Nonlinear Static)

Граничний стан оболонки спостерігається при осьовому стисканні $P_{cr} = 0,941P_0 = 376,2 \text{ кН}$. Напружено-деформований стан оболонки для двох значень осьового стискання представлено на рис. 6. При дії осьового навантаження $z_0 = P_0 = 80 \text{ кН}$ і в граничному стані при $P_{cr} = 376,2 \text{ кН}$, максимальні переміщення розподілені вздовж верхнього контуру оболонки і відповідно склали $0,00002 \text{ м}$ і $0,00629 \text{ м}$; максимальні еквівалентні напруження $24,034 \text{ кПа}$ і $9,613 \text{ МПа}$ спостерігаються в місці меншого радіуса.

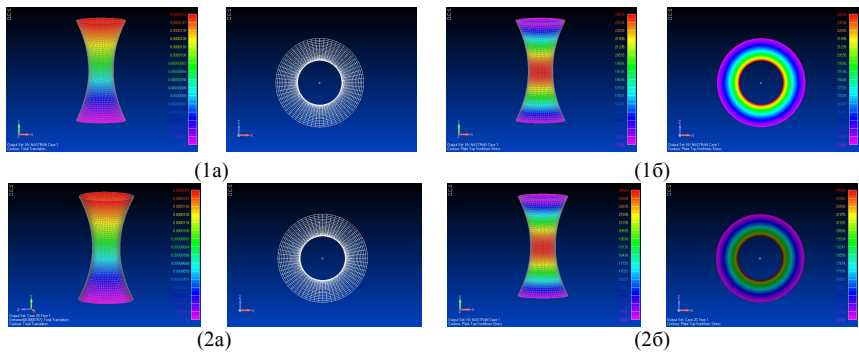


Рис. 6. Стан оболонки при осьовому стисканні $P_0 = 80 \text{ кН}$ (1) і $P_{cr} = 376,2 \text{ кН}$ (2):
(а) – деформації, (б) – еквівалентні напруження

Стійкість оболонки в лінійній постановці (Buckling) досліджена за допомогою метода Ланцоша при розв'язанні задачі на власні значення. На рис. 6 показані перші чотири форми втрати стійкості. Відповідні цим формам критичні значення осьового стискання склали: $P_{cr} = [370,64; 384,347; 394,629; 421,373] \text{ кН}$.

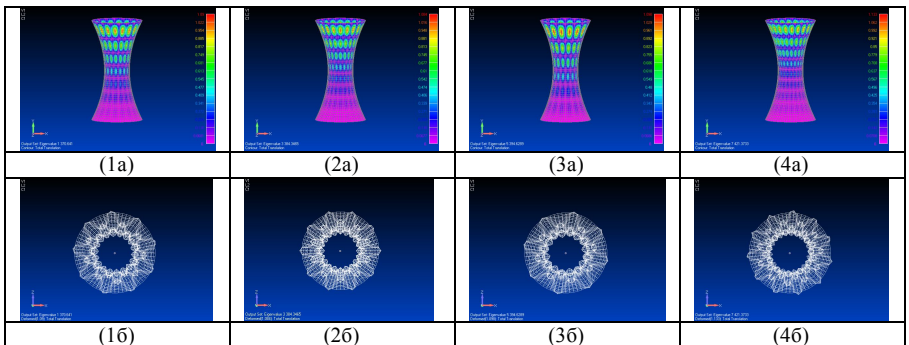


Рис. 7. Перші чотири (1-4) форми втрати стійкості оболонки при осьовому стисканні вздовж твірної (а) і в радіальному напрямку (б) (Buckling)

3. Визначення динамічних характеристик тонкостінної оболонки

3.1. Модальний аналіз оболонки

Задача на власні значення (Normal Modes) ненавантаженої оболонки розв'язана методом Ланцоша. На рис. 8 представлені перші чотири власні

форми коливань оболонки. Спектр власних частот коливань оболонки щільний (табл. 1).

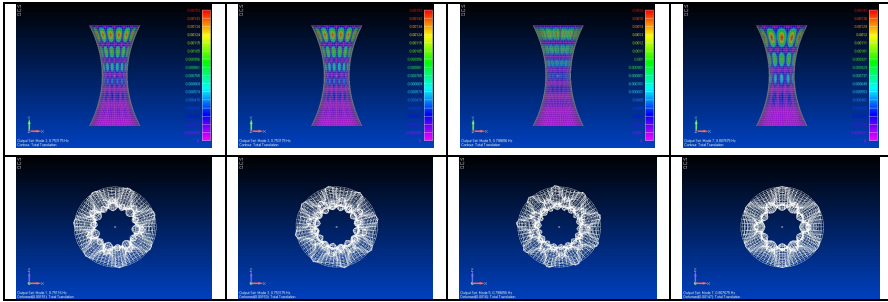


Рис. 8. Перші чотири форми власних коливань ненавантаженої оболонки (Normal Modes)

Спостерігаються як симетричні так і косиметричні власні форми коливань оболонки. Кількість півхвиль в радіальному напрямку різне від шести до дев'яти, вздовж твірної – від чотирьох до шести. Власні форми коливань гіперboloїда відрізняються від форм деформації, отриманих при розв'язку нелінійної задачі статки і лінійної стійкості при різних видах навантаження (рис. 3, 6), і від форм втрати стійкості при дії на оболонку постійної складової параметричного навантаження (рис. 4, 7). Спектр власних частот коливань оболонки щільний і представлений в табл. 1.

3.2. Модальний аналіз оболонки з урахуванням поверхневого тиску

Модальний аналіз оболонки з урахуванням поверхневого тиску виконано в нелінійній постановці за допомогою процедур Nonlinear Static і Modes_Param за допомогою модифікованого метода Ньютон-Рафсона і метода Ланцоша. Власні частоти і форми коливань оболонки, навантаженої постійною складовою параметричного навантаження $z_0 = q_0 = [100 - 2200] \text{ Па}$, представлені в табл. 1 і на рис. 9.

Таблиця 1

Власні частоти і форми коливань оболонки $\tilde{\nu}_i, \text{ Гц}$

№	Постійна складова поверхневого тиску $q_0, \text{ Па}$						
	0 (ν_i)	100	200	400	600	800	1000
1	0,75115	0,77252	0,75649	0,71619	0,66905	0,61379	0,56176
2	0,75318	0,78159	0,76042	0,72335	0,68861	0,63701	0,57663
3	0,79866	0,82589	0,81478	0,76138	0,70394	0,64909	0,6163
4	0,80768	0,84021	0,81515	0,79325	0,77072	0,70556	0,63178
5	0,87174	0,93355	0,90481	0,844367	0,77926	0,74476	0,72296
	1200	1400	1600	1750	1800	2000	2200
1	0,47005	0,42822	0,31511	0,15343	-0,0696	-0,3822	-0,6768
2	0,48602	0,44708	0,32823	0,22498	0,14116	-0,2995	0,29159
3	0,49740	0,45982	0,38259	0,22710	0,17750	0,36167	0,35439
4	0,55475	0,52191	0,39377	0,33528	0,27671	0,36171	0,59824
5	0,5675	0,54408	0,48199	0,33988	0,31326	0,58724	0,60142

При навантаженні меншому за 200 Па власні частоти коливань гіперболоїда вище за власні частоти ненавантаженої оболонки, тобто вона стає жорсткішою. При подальшому збільшенні навантаження власні частоти коливань зменшуються. При уточненому значенні навантаження $z_0 = 1776 \text{ Па}$ перша власна частота коливань стає нульовою, що відповідає втраті стійкості гіперболоїда по першій формі коливань. При $z_0 = 1862 \text{ Па}$ стає нульовою також друга власна частота коливань. Таким чином, ці значення є критичними. Значення першого критичного навантаження трохи вище за відповідне значення навантаження, отримане в лінійній постановці $1742,73 \text{ Па}$ і менше за значення 1793 Па , яке отримане при розв'язку задачі нелінійної статки. Значення другого критичного навантаження близьке до четвертого $1876,95 \text{ Па}$. Втрата стійкості гіперболоїда по третій і вище формам коливань не спостерігається.

3.3. Модальний аналіз оболонки з урахуванням осового стискаючого навантаження.

Дослідження проводилось аналогічно дослідженню, представленою в розділі 3.2. Власні частоти і форми коливань оболонки з врахуванням постійної складової осового навантаження $z_0 = P_0 = [0, 1 - 450] \text{ кН}$, прикладеної до кожного з 80 вузлів верхньої кромки оболонки, представлені в табл. 2 і на рис. 10.

Таблиця 2

Власні частоти і форми коливань оболонки $\tilde{\nu}_i, \text{Гц}$

№	Постійна складова осового навантаження $P_0, \text{кН}$						
	0 (ν_i)	0,1	1	10	50	100	150
1	0,75115	0,78816	0,78746	0,78038	0,74807	0,69574	0,63524
2	0,75318	0,80212	0,80125	0,79227	0,75104	0,70543	0,65987
3	0,79866	0,83643	0,83594	0,83104	0,80647	0,74290	0,67268
4	0,80768	0,86477	0,86376	0,85356	0,80884	0,78016	0,75031
5	0,87174	0,95413	0,95384	0,94943	0,89951	0,83225	0,75819
	200	250	300	350	370	400	450
1	0,56788	0,49081	0,38535	0,21238	0,00587	-2,3445	0,23830
2	0,59343	0,50084	0,39843	0,27573	0,19707	-1,4512	0,29468
3	0,61071	0,55699	0,46125	0,29812	0,20682	-0,2872	0,53545
4	0,67500	0,57878	0,49726	0,42899	0,39237	0,25827	0,57588
5	0,71916	0,68651	0,59519	0,46005	0,39833	0,34718	0,79066

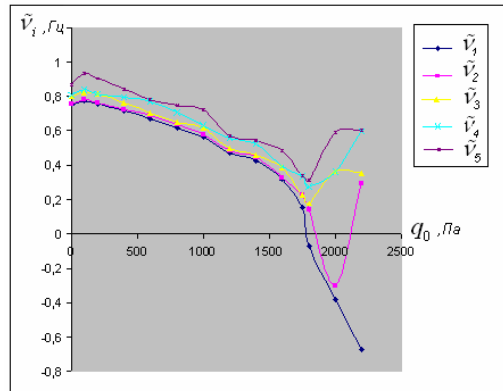


Рис. 9. Власні частоти коливань оболонки з урахуванням статичної складової поверхневого тиску

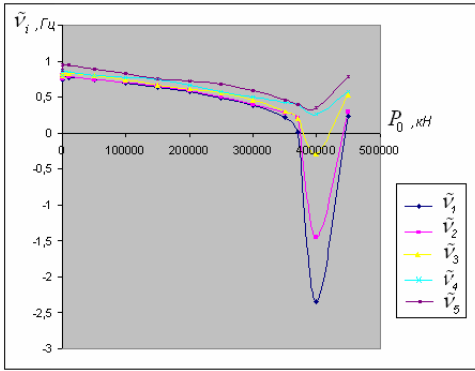


Рис. 10. Власні частоти коливань оболонки з врахуванням статичної складової осьового навантаження

При осьовому навантаженні меншому за 50 кН спостерігається збільшення жорсткості оболонки, бо значення власних частот (табл. 2) вище за частоти ненавантаженої оболонки. При збільшенні статичної складової осьового навантаження власні частоти коливань зменшуються. Втрата стійкості оболонки відбувається по першим трьом формам коливань з подальшим виходом в стан рівноваги. Уточнені значення критичних навантажень складають

$P_{cr} = [370,03; 379,12; 383,41] \text{ кН}$. Значення першого критичного навантаження $P_{cr1} = 370,03 \text{ кН}$ є дещо меншим за значення критичного навантаження, отриманого при розв'язку задачі стійкості (Buckling) $370,64 \text{ кН}$, і меншим за значення граничного навантаження, отриманого при розв'язанні нелінійної задачі статики (Nonlinear Static) $376,2 \text{ кН}$. Друге і третє критичні навантаження не перевищують друге критичне навантаження (Buckling) $384,35 \text{ кН}$. Втрата стійкості гіперболічного параболоїда по третій і вище формам коливань не спостерігається.

4. Редукована модель стійкості параметричних коливань тонкостінної оболонки від'ємної гаусової кривизни

Дослідження показали, що залежність власних частот навантаженої оболонки від статичної складової параметричного навантаження двох видів нелінійна (рис. 9, 10). Редуковану модель стійкості параметричних коливань оболонки при дії поверхневого тиску представимо у вигляді системи рівнянь (7), бо оболонка втрачає стійкість по першій формі і не повертається в стан рівноваги. Редуковану матрицю геометричної жорсткості отримаємо за формулою (6) за допомогою розв'язання оберненої задачі статики, модального аналізу ненавантаженої оболонки та задачі стійкості згідно методики [20-23].

При осьовому стисканні редуковану модель динамічної стійкості оболонки подамо у вигляді незв'язаних рівнянь для кожної постійної складової параметричного навантаження (8). Наприклад, якщо врахувати перші п'ять власних частот коливань, редукована матриця жорсткості ненавантаженої оболонки набуває вигляду (5)

$$K^* = \text{diag}(22,2736; 22,3939; 25,1799; 25,7522; 29,9989). \quad (9)$$

Редукована матриця жорсткості навантаженої оболонки $K_{(z_0)}^{**}$, наприклад, при дії статичної складової параметричного навантаження у вигляді поверхневого тиску $z_0 = q_0 = 100 \text{ Па}$ та $z_0 = q_0 = 1600 \text{ Па}$ (табл. 1), набуває вигляду

$$K_{(z_0=100)}^{**} = \text{diag}(23,5594; 24,1158; 26,9264; 27,8679; 34,4039),$$

$$K_{(z_0=1600)}^{**} = \text{diag}(3,9197; 4,2529; 5,7783; 6,1209; 9,1707). \quad (10)$$

При дії статичної складової параметричного навантаження у вигляді осьової стискаючої сили $z_0 = P_0 = 10 \text{ кН}$ та $z_0 = P_0 = 350 \text{ кН}$ (табл. 2), що прикладені до кожного з 80 вузлів верхнього контуру оболонки, редукована матриця жорсткості $K_{(z_0)}^{**}$ набуває вигляду

$$K_{(z_0=10)}^{**} = \text{diag}(24,0408; 24,7788; 27,2629; 28,7610; 35,5842),$$

$$K_{(z_0=350)}^{**} = \text{diag}(1,7805; 3,0012; 3,5083; 7,2649; 8,3548). \quad (11)$$

Редукована матриця геометричної жорсткості для конкретного значення статичної складової параметричного навантаження $K_{G(z_0)}^*$ визначається за формулою

$$K_{G(z_0)}^* = K^* - K_{(z_0)}^{**}. \quad (12)$$

Для вище розглянутих значень статичної складової параметричного навантаження матриця $K_{G(z_0)}^*$ набуває вигляду:

– для поверхневого тиску

$$K_{G(z_0=100)}^* = \text{diag}(-1,2858; -1,7219; -1,7464; -2,1158; -4,4081),$$

$$K_{G(z_0=1600)}^* = \text{diag}(18,3539; 18,1409; 19,4016; 19,6313; 20,8282), \quad (13)$$

– для осьового стискання

$$K_{G(z_0=10)}^* = \text{diag}(-1,7672; -2,3849; -2,0830; -3,0088; -5,5853),$$

$$K_{G(z_0=350)}^* = \text{diag}(20,4931; 19,3927; 21,6716; 18,4873; 21,6440). \quad (14)$$

Таким чином, в системі рівнянь (8) $g_{ii(z_0)}$ є членами редукованої матриці геометричної жорсткості $K_{G(z_0)}^*$ (13, 14). Кругова власна частота коливань оболонки обчислюється за формулою $\tilde{\omega}_i = 2\pi\tilde{\nu}_i (c^{-1})$, де $\tilde{\nu}_i$ – власна частота коливань в Gz (табл. 1, 2) для відповідних значень статичної складової параметричного навантаження z_0 .

Висновок. Представлена числова методика дозволяє побудувати редуковану модель стійкості параметричних коливань високої тонкостінної оболонки від'ємної гаусової кривизни при різних видах навантаження і врахувати особливості її поведінки. Процедури програмного комплексу скінченноелементного аналізу дають можливість сформувати редуковані матриці мас, демпфірування, жорсткості і геометричної жорсткості з врахуванням особливості поведінки оболонки при втраті стійкості. При дослідженні статичних і динамічних характеристик оболонки від'ємної гаусової кривизни виявлено, що форми деформування її стінки мають велику кількість півхвиль як в радіальному, так і в осьовому напрямках. Таке деформування стінки у вигляді випучин і вм'ятин є більш небезпечним, ніж деформування стінки гіперболіда Шухова, що складена зі стержнів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Вольмир А.С.* Гибкие пластинки и оболочки. М.: Гостехтеориздат, 1956. –419 с.
2. *Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.* Пластинки и оболочки. – М., 1963. 636 с.
3. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформируемых систем.- М.: Физматгиз, 1967.-784 с.
4. *Абовский Н.П., Самольянов И. И.* К расчету пологой оболочки типа гиперболического параболоида // Строит, механика и расчет сооружений. -1969, №6. - С. 7-12.
5. *Дехтярь А.С., Рассказов А.О.* Экспериментальное исследование несущей способности оболочек типа гиперболического параболоида . В сб.: Пространственные конструкции в Красноярском крае», вып. IV. Красноярск. -1969. - С. 311-321.
6. *Като В., Нишимура Т.* Покрытие, образуемое сочетанием гиперболических параболоидов. В сб.: Большепролетные оболочки. М.: Стройиздат, 1969.– С. 167-195.
7. *Рассказов А.О.* Расчет оболочек типа гиперболических параболоидов. – Киев, 1972. – 175 с.
8. *Берман Ф.И.* К расчету гиперболической оболочки при действии несимметричной гидростатической нагрузки. Сборник трудов ЦНИИЭПсельстрой, №5, 1973.-С. 106-123.
9. *Ржаницын А.Р., Эм В.В.* О расчете упругих тонких оболочек произвольной формы на основе моментной теории оболочек в прямоугольных координатах // Статика сооружений. — Киев, 1978. — С. 88-91.
10. *Баженов В.А., Гуляев В.И., Гоцуляк Е.О.* Устойчивость нелинейных механических систем. Львов, Вища школа, 1982. – 255 с.
11. *Ковалева Е.А., Ковалева Л.В., Афанасьев Д.Н.* Гиперболоидные конструкции В.Г. Шухова – применение в современном строительном производстве // Дальний Восток: проблемы развития архитектурно-строительного комплекса. – 2015. – № 1. – С. 157–160.
12. *Самольянов И.И.* Прочность, устойчивость и колебания гиперболического параболоида. Луцк.: Луцкий индустриальный институт, 1993. – 316 с.
13. *Журавлев А.А., Ёрж Е.Ю., Журавлев Д.А.* Деревянные конструкции гиперболических оболочек. В сб.: «Легкие строительные конструкции». — Ростов-на-Дону: Рост. гос. строит, ун-т, 2000. - С. 4-56.
14. *Сунак О.П., Ужегов С.О., Пахолок О.А.* До визначення внутрішніх зусиль у пологій оболонці від'ємної гаусової кривини при дії вертикального навантаження// Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. - 2012. – Вип. 23. – С. 411-416.
15. *Шмидт Г.* Параметрические колебания. – М.: Издательство „Мир“, 1978. – 336 с.
16. *Вольмир А.С.* Нелинейная динамика пластин и оболочек. М.: Наука, 1982. – 432 с.
17. *Nayfeh A.H.* The response of two-degree-of-freedom systems with quadratic nonlinearities to a parametric excitation// J. of Sound and Vibr., 1983. – vol. 88, No. 4. – p. 547-557.
18. *Гайдайчук В.В., Киричук О.А., Палій О.М.* Динаміка повздожніх коливань тонкої циліндричної оболонки// Опір матеріалів і теорія споруд. К.: КНУБА, 2007. – Вип. 81. – С. 148-153.
19. *Гоцуляк Є.О., Дехтярюк Є.С., Лук'янченко О.О.* Побудова редукованої моделі параметричних коливань циліндричної оболонки при чистому згині// Опір матеріалів та теорія споруд. К.: КНУБА, 2009. – Вип. 84. – С. 11-19.
20. *Баженов В.А., Дехтярюк Є.С., Лук'янченко О.О., Костіна О.В.* Чисельна побудова редукованих моделей стохастичних параметричних коливань пологих оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд. К.: КНУБА, 2011. – Вип. 87. – С. 73-87.
21. *Баженов В.А., Лук'янченко О.О., Ворона Ю.В., Костіна О.В.* Динамічна стійкість параметричних коливань пружних систем // Опір матеріалів і теорія споруд. К.: КНУБА, 2015. – Вип. 95. – с.145-185.
22. *Баженов В.А., Лук'янченко О.О., Ворона Ю.В., Костіна О.В.* Об устойчивости параметрических колебаний оболочки в виде гиперболического параболоида // Прикладная механика: Междунар. научн. журнал. – 2018. – Т.54. -№3. – С. 36-49.
23. *Vazhenov V.A., Lukianchenko O.O., Vorona Yu.V., Kostina O.V.* Stability of the Parametric Vibrations of a Shell in the Form of a Hyperbolic Paraboloid // International Applied Mechanics, 54(3), 274-286. DOI 10.1007/s10778-018-0880-4.
24. *Рычков С.П.* MSC.visualNASTRAN для Windows. М.: НТ Пресс, 2004. – 552 с.

REFERENCES

1. *Volmir A.S.* Gible plates and shells (Flexible plates and shells). М.: Gostehtheorizdat, 1956. – 419 s.

2. *Timoshenko S.P., Voynovskiy-Kriger S.* Plastini i obolochki (plates and shells). – M., 1963. 636s.
3. *Volmir A.S.* Ustoychivost deformiruemiyh system (Stability of deformable systems).- M.: Fizmatgiz, 1967.– 784 s.
4. *Abovskiy N.P., Samolyanov I. I.* K raschetu pologoy obolochki tipa giperbolicheskogo paraboloida (To the calculation of a shallow shell type hyperbolic paraboloid) // Stroit, mehanika i raschet sooruzheniy. -1969, №6, s. 7-12.
5. *Dehtyar A.S., Rasskazov A.O.* Eksperimentalnoe issledovanie nesuschey sposobnosti obolochek tipa giperbolicheskogo paraboloida (Experimental study of the carrying capacity of shells of the hyperbolic paraboloid type). V sb.: Prostranstvennyie konstruksii v Krasnoyarskom krae», vyip. IV. Krasnoyarsk, 1969, – s. 311-321.
6. *Kato V., Nishimura T.* Pokrytie, obrazuemoe sochetaniem giperbolicheskikh paraboloidov. V sb.: Bolsheproletnyie obolochki (The coating formed by the combination of hyperbolic paraboloids). M.: Stroyizdat, 1969.– s. 167-195.
7. *Rasskazov A.O.* Raschet obolochek tipa giperbolicheskikh paraboloidov (Calculation of shells like hyperbolic paraboloids). – Kiev, 1972. –175 s.
8. *Berman F.I.* K raschetu giperbolicheskoy obolochki pri deystvii nesimmetrichnoy gidrostaticheskoy nagruzki (To the calculation of the hyperbolic shell under the action of asymmetric hydrostatic load). Sbornik trudov TsNIIEPselstroy, №5, 1973.-s. 106-123.
9. *Rzhanitsyin A.R., Em V.V.* O raschete uprugih tonkih obolochek proizvolnoy formy na osnove momentnoy teorii obolochek v pryamougolnyih koordinatah (On the calculation of elastic thin shells of arbitrary shape based on the moment theory of shells in rectangular coordinates)// Statika sooruzheniy. — Kiev, 1978. — S.88-91.
10. *Bazhenov V.A., Gulyaev V.I., Gotsulyak E.O.* Ustoychivost nelineynyih mehanicheskikh sistem (Stability of nonlinear mechanical systems). Lvov, Vischa shkola, 1982. – 255 s.
11. *Kovaleva E.A., Kovaleva L.V., Afanasev D.N.* Giperboloidnyie konstruksii V.G. Shuhova – primenenie v sovremennom stroitelnom proizvodstve (Hyperboloidal constructions by VG Shukhov - application in modern building production)// Dalniy Vostok: problemyi razvitiya arhitekturno-stroitelnoho kompleksa. – 2015. – № 1. – S. 157–160.
12. *Samolyanov I.I.* Prochnost, ustoychivost i kolebaniya giperbolicheskogo paraboloida (Strength, stability and vibrations of a hyperbolic paraboloid). Lutsk.: Lutskiy industrialnyi institut, 1993. – 316 s.
13. *Zhuravlev A.A., Yorzh E.Yu., Zhuravlev D.A.* Derevyannyye konstruksii giperbolicheskikh obolochek (Wooden construction of hyperbolic shells). V sb.: «Legkie stroitelnyie konstruksii». — Rostov-na-Donu: Rost. gos. stroit. un-t, 2000, s. 4-56.
14. *Sunak O.P., Uzhnev S.O., Pakholiuk O.A.* Do vyznachennia vnutrishnikh zusyil u polohii obolontsi vidiemnoi hausovoi kryvyny pry dii vertykalnoho navantazhennia (To the determination of internal forces in a smooth shell of a negative Gaussian curvature under the action of vertical load)// Resursoekonomni materialy, konstruksii, budivli ta sporudy. - 2012. – Vyp. 23. – s. 411-416.
15. *Shmidt G.* Parametricheskie kolebaniya (Parametric oscillations). – M.: Izdatelstvo „Mir”, 1978. – 336 s.
16. *Volmir A.C.* Nelineynaya dinamika plastin i obolochek (Nonlinear dynamics of plates and shells). M.: Nauka, 1982. – 432 s.
17. *Nayfeh A.H.* The response of two-degree-of-freedom systems with quadratic nonlinearities to a parametric excitation// J. of Sound and Vibr., 1983. – vol. 88, No. 4. – p. 547-557.
18. *Gaydaychuk V.V., Kyrychuk O.A., Paliy O.M.* Dynamika povzdovzhnikh kolyvan tonkoi tsylindrychnoi obolonky (Dynamics of longitudinal oscillations of a thin cylindrical shell) // Opir materialiv i teoriia sporud. K.: KNUBA, 2007. - Vyp. 81. – s.148-153.
19. *Gotsulyak Ye.O., Dekhtiariuk Ye.S., Lukianchenko O.O.* Pobudova redukovanoi modeli parametrychnykh kolyvan tsylindrychnoi obolonky pry chystomu zghyni (Construction of a reduced model of parametric oscillations of a cylindrical shell under clean bend) // Opir materialiv i teoriia sporud. K.: KNUBA, 2009. Vyp. 84. – s. 11-19.
20. *Bazhenov V.A., Dekhtiariuk Ye.S., Lukianchenko O.O., Kostina O.V.* Chyselna pobudova redukovanykh modelei stokhastychnykh parametrychnykh kolyvan polohykh obolonok (Numerical construction of reduced models of stochastic parametric oscillations of flat shells) // Opir materialiv i teoriia sporud. K.: KNUBA, 2011. - Vyp. 87. – s. 73-87.
21. *Bazhenov V.A., Lukianchenko O.O., Vorona Yu.V., Kostina O.V.* Dynamichna stiikist parametrychnykh kolyvan pruzhnykh system (Dynamic stability of parametric oscillations of elastic systems) // Opir materialiv i teoriia sporud. K.: KNUBA, 2015. - Vyp. 95. – s.145-185.

22. Bazhenov V.A., Lukianchenko O.O., Vorona Yu.V., Kostina O.V. Ob ustoychivosti parametricheskikh kolebaniy obolochki v vide giperbolicheskogo paraboloida (On the stability of parametric vibrations of the shell in the form of a hyperbolic paraboloid) // Prikladnaya mehanika: Mezhdunar. nauchn. zhurnal. – 2018. – T. 54. - №3. – s. 36-49.
23. Bazhenov V.A., Lukianchenko O.O., Vorona Yu.V., Kostina O.V. Stability of the Parametric Vibrations of a Shell in the Form of a Hyperbolic Paraboloid // International Applied Mechanics, 54(3), 274-286. DOI 10.1007/s10778-018-0880-4.
24. Rychkov S.P. MSC.visualNASTRAN dlia Windows (MSC.visualNASTRAN for Windows). M.: NT Press, 2004. – 552 s.

Стаття надійшла 19.11.2018

Lukianchenko O.O., Paliy O.M.

NUMERICAL MODELING OF THE STABILITY OF PARAMETRIC VIBRATIONS OF A HIGH THIN-WALL SHELL OF NEGATIVE GAUSSIAN CURVATURE

A numerical simulation of the stability of parametric vibrations of a high thin-wall shell in the form of hyperboloid under the action of the external surface pressure and axial compression was performed. The equation of dynamic stability of the shell was presented in the form of a static equilibrium equation with the addition of the D'Alembert forces of inertia, dissipative forces, and some components of the unexcited stress-strain state of the shell were depending on time. The reduced mass, damping, stiffness, and geometric stiffness matrixes of the shell were formed using the procedures of the finite element analysis software program. The problem of nonlinear statics was solved by the modified Newton-Raphson method. The stability of the shell under the action of the static component of parametric load of the two types are solved by the Lanczos method. A modal analysis of the shell without loads in a linear formulation was performed by Lanczos method. The frequencies and modes vibrations of the shell, which was loaded with the static component of the parametric load, were calculated. When were forming the models of the stability of parametric vibrations the features of the static and dynamic behavior of the thin-walled shell of negative Gaussian curvature under different types of load were taken into account. The research of the static and dynamic characteristics of the shell showed that the wall deformation shape have a large number of half-waves both in the radial and axial directions. Such a deformation of the wall in the form of bulges and dents is more dangerous than the deformation of Shukhov hyperboloid wall consisting of the rods.

Keywords: dynamic stability, parametric vibrations, finite element method, high thin-wall shell, hyperboloid.

Лукьянченко О.А., Палий О.Н.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ВЫСОКОЙ ТОНКОСТЕННОЙ ОБОЛОЧКИ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ГАУССОВОЙ КРИВИЗНЫ

Выполнено численное моделирование устойчивости параметрических колебаний высокой тонкостенной оболочки вида гиперболического параболоида при внешнем поверхностном давлении и осевом сжатии. Редуцированные матрицы масс, демпфирования, жесткости и геометрической жесткости оболочки сформированы с помощью процедур программного комплекса конечноэлементного анализа. Решены задачи нелинейной статики модифицированным методом Ньютона-Рафсона и устойчивости методом Ланцоша при действии статической составляющей параметрической нагрузки двух видов. Выполнен модальный анализ оболочки в линейной постановке без учета нагрузки методом Ланцоша и в нелинейной постановке для определения собственных частот и форм колебаний оболочки, которая нагружена статической составляющей параметрической нагрузки двух видов. При формировании редуцированных моделей устойчивости параметрических колебаний оболочки при различных видах нагрузки учтены особенности ее статического и динамического поведения.

Ключевые слова: параметрические колебания, динамическая устойчивость, метод конечных элементов, высокая тонкостенная оболочка, гиперолоид.

УДК 539.3

Лук'янченко О.О., Палій О.М. Чисельне моделювання стійкості параметричних коливань високої тонкостінної оболонки від'ємної гаусової кривизни // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2018. – Вип. 101. – С. 45-59.

Виконано чисельне моделювання стійкості параметричних коливань високої тонкостінної оболонки виду гіперболічного параболоїда при зовнішньому поверхневому тиску та осевому стисканні. Редуковані матриці мас, демпфування, жорсткості і геометричної жорсткості оболонки сформовані за допомогою процедур програмного комплексу скінченноелементного аналізу.
Табл. 2. Іл. 10. Бібліогр. 24 назв.

UDC 539.3

Lukianchenko O.O., Paliy O.M. Numerical modeling of the stability of parametric vibrations of a high thin-wall shell of negative Gaussian curvature // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 101. – P. 45-59.

A numerical simulation of the stability of parametric vibrations of a high thin-wall shell in the form of hyperboloid under the action of the external surface pressure and axial compression was performed. The reduced mass, damping, stiffness, and geometric stiffness matrixes of the shell were formed using the procedures of the finite element analysis software program.
Tabl. 2. Fig. 10. Ref. 24.

УДК 539.3

Лук'янченко О.А., Палій О.Н. Численное моделирование устойчивости параметрических колебаний высокой тонкостенной оболочки отрицательной гауссовой кривизны // Сопrotивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2018. – Вип. 101. – С. 45-59.

Выполнено численное моделирование устойчивости параметрических колебаний высокой тонкостенной оболочки вида гиперболического параболоида при внешнем поверхностном давлении и осевом сжатии. Редуцированные матрицы масс, демпфирования, жесткости и геометрической жесткости оболочки сформированы с помощью процедур программного комплекса конечноэлементного анализа.
Табл. 2. Ил. 10. Библиогр. 24 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ольга Олексіївна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ользі Олексіївні.

Робочий тел.: +38(044) 245-40-20.

Мобільний тел.: +38(067) 931-30-27.

E-mail: lukianch0907@meta.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1794-6030>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): старший викладач кафедри теоретичної механіки КНУБА, ПАЛІЙ Оксана Миколаївна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ПАЛІЙ Оксані Миколаївні.

Робочий тел.: +38(044) 241-55-72.

Мобільний тел.: +38(067) 236-39-85.

E-mail: paliy.oxana@gmail.com

УДК 539.3

ВИЗНАЧЕННЯ ТРИЩИННОСТІЙКОСТІ ЗАХИСНОЇ ОБОЛОНКИ ЯДЕРНОГО РЕАКТОРУ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

С.О. Пискунов,

д-р техн. наук

О.О. Шкріль¹,

д-р. техн. наук

¹Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2018.101.60-66>

Проведена оцінка напружено-деформованого стану захисної оболонки реактора з початковою тріщиною при дії термосилового навантаження. Отримані вздовж фронту тріщини значення коефіцієнтів інтенсивності напружень порівнюються з результатами розрахунку на дію окремо силового (внутрішнього тиску) і температурного навантаження.

Ключові слова: метод скінченних елементів (МСЕ), коефіцієнт інтенсивності напружень, захисна оболонка ядерного реактора, термосилове навантаження.

Вступ. Оцінка несучої здатності просторових тіл з тріщинами потребує обчислення параметрів механіки руйнування. При лінійному деформуванні найбільш розповсюджуваним параметром є коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН). Розв'язання таких задач виконується переважно чисельними методами, серед яких найбільшого поширення здобув метод скінченних елементів (МСЕ). На сьогоднішній день важливого значення становить питання визначення можливого терміну експлуатації об'єктів атомної енергетики, зокрема захисних оболонок реакторів, які являють собою просторові тіла складної форми. Під час експлуатації вони можуть зазнавати різких змін температурного режиму, що, при наявності в них початкових тріщин, може призводити до аварійних ситуацій. Тому питання оцінки напружено-деформованого стану оболонки реактора з початковою тріщиною в умовах термосилового навантаження є актуальною проблемою будівельної механіки.

Методи визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень при термосиловому навантаженні. Енергетичний метод передбачає визначення КІН на основі величин інтеграла Черепанова – Райса [2, 6].

$$J = \int_S \left(W n_t - \sigma^{ij} \frac{\partial u}{\partial x} n_j \right) dS.$$

При наявності нерівномірного температурного поля, вираз інваріантного інтегралу набуває наступного вигляду [6]:

$$J^* = J + \int_S \alpha \sigma_{ij} \delta_{ij} \frac{\partial T}{\partial x} dS, \quad (1)$$

Проведені дослідження показали, що ефективним варіантом обчислення J^* в дискретних моделях МСЕ є метод реакцій [1, 3, 5]. Формула (1) згідно методу реакцій представлена в термінах вузлових переміщень ($\{u\}_I$, $\{u\}_{II}$)

та вузлових реакцій ($\{R\}_I$, $\{R\}_{II}$) першого та другого станів тіла з тріщиною (рис. 1):

$$J^* = \frac{1}{2\Delta z^2} \left(\{u\}_I^T \{R\}_{II} - \{u\}_{II}^T \{R\}_I \right). \quad (2)$$

Зв'язок КІН з величиною J за умов лінійного деформування визначається за формулою [2, 6]:

$$J = kK_I^2/E, \quad (3)$$

де $k=1$ за умов плоского напруженого стану і $k=1-\nu^2$ для плоскої деформації, E – модуль Юнга.

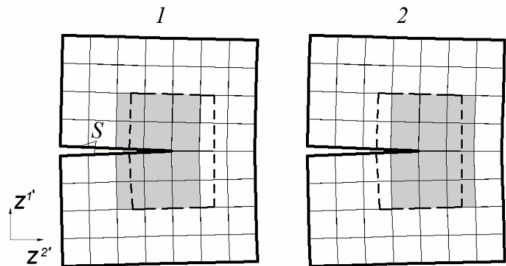


Рис. 1. Підобласті інтегрування двох станів

Прямий метод передбачає використання співвідношень, що пов'язують напруження і переміщення з КІН. Для тріщин нормального відриву (рис.2) вирази, що пов'язують напруження з КІН мають наступний вигляд [2, 6]:

$$\sigma^{11} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right); \quad \sigma^{12} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2};$$

$$\sigma^{22} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right), \quad (4)$$

де r, θ – полярні координати точки визначення КІН (рис. 2).

При постійній температурі T в околі вершини тріщини зв'язок між переміщеннями і K_I описується формулою [2,6]:

$$u_i = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cdot F_i(\theta) + \alpha' \cdot k \cdot T y^{i''},$$

$$F_1(\theta) = \sin \frac{\theta}{2} \left(k + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right),$$

$$F_2(\theta) = \cos \frac{\theta}{2} \left(k - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right),$$

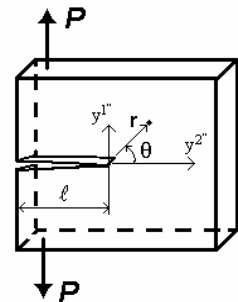


Рис. 2. Тріщина нормального відриву

де G – модуль зсуву; ν - коефіцієнт Пуасона; $\alpha' = \alpha$ – коефіцієнт лінійного розширення у випадку плоского напруженого стану, $\alpha' = \alpha(1+\nu)$ для плоскої деформації, $k=3-4\nu$ для плоскої деформації, $k=(3-\nu)/(1+\nu)$ для плоского напруженого стану. Реалізація методики визначення КІН прямим методом в дискретних моделях МСЕ описана в [3-5].

Розрахунок захисної оболонки реактора. Ядерний реактор «ВВЕР-1000» застосовується на Запорізькій та Рівненській АЕС. Аварійне охолодження корпусу з робочого стану під внутрішнім тиском інтенсивності $q=17,5$ МПа здійснюється по внутрішній поверхні вздовж дуги з кутом розчину 12° нижче осі патрубку при конвективному

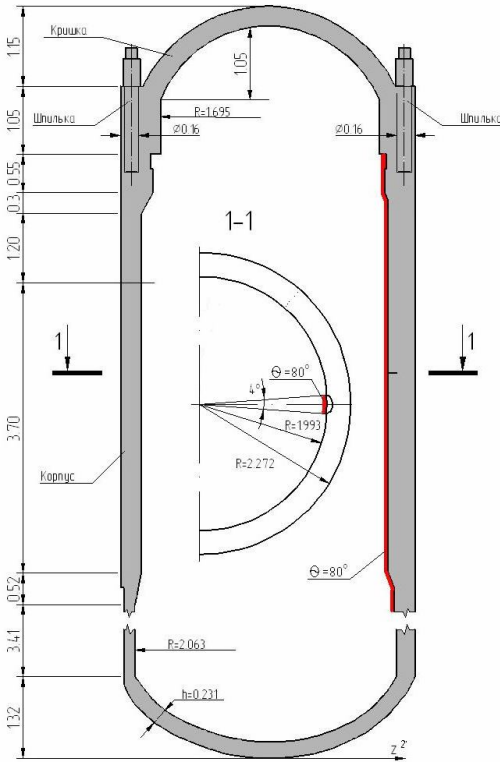


Рис. 3. Схема корпусу реактора з тріщиною

теплообміні зі струменем рідини з температурою $Q_1 = 80^\circ C$ (рис. 3). На іншій частині внутрішньої поверхні відбувається взаємодія з повітрям, температура якого є сталою і становить $Q_2 = 300^\circ C$. Зовнішня поверхня корпусу теплоізолювана.

Згідно з вимогами МАГАТЕ в корпусах ядерних реакторів рекомендовано розглядати тріщини глибиною не більш ніж чверть товщини корпусу, напівеліптичного вигляду із співвідношенням осей еліпсу в діапазоні від 0,3-0,7. В даній роботі розглядалися напівеліптичні тріщини глибиною 48 мм із співвідношенням осей еліпса 0,33 та 0,67, що розташовані в середній частині стінки корпусу реактора (рис. 3). Розрахункові схеми фрагменту

корпусу реактора з тріщинами розроблено із врахуванням симетрії об'єкту та навантаження (рис. 4). Розміри фрагмента прийняті таким чином, щоб відстань від фронту тріщини до його краю була не меншою ніж потрійний розмір тріщини в цьому напрямку. Дискретні моделі МСЕ фрагменту стінки корпусу реактора із двома типами тріщин показані на рис. 5.

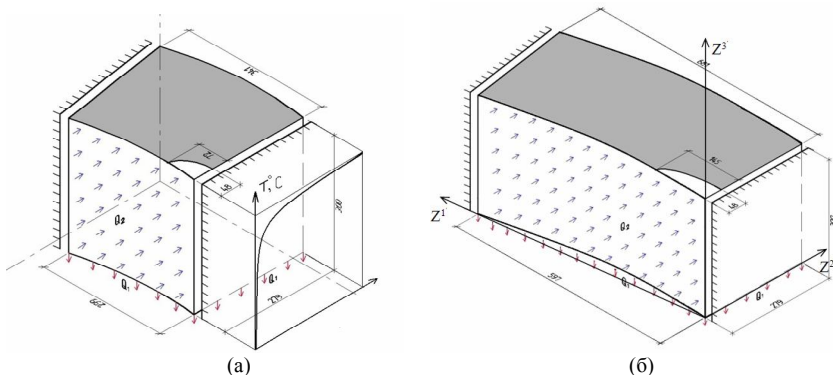


Рис. 4. Розрахункові схеми для напівеліптичних тріщин із співвідношенням осей еліпса 0,67 (а) та 0,33 (б)

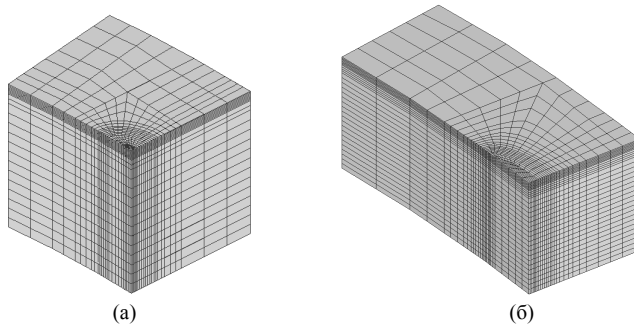


Рис. 5. Дискретна модель МСЕ для напівеліптичних тріщин із співвідношенням осей еліпса 0,67(а) та 0,33(б)

Результати розрахунку показують, що при врахуванні температурного навантаження значення переміщень та напружень значно збільшуються, та набувають нерівномірного характеру (рис. 6, 7).

Для тріщини $a/c = 0.67$ графіки розподілу переміщень та напружень мають аналогічний характер. Зростання переміщень та напружень призводить до збільшення отримуваних величин КІН (рис. 8, 9).

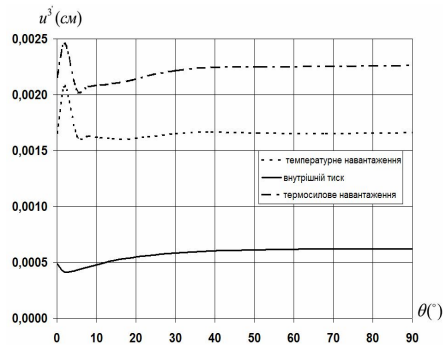


Рис. 6. Розподіл переміщень вздовж фронту тріщини $a/c = 0.33$

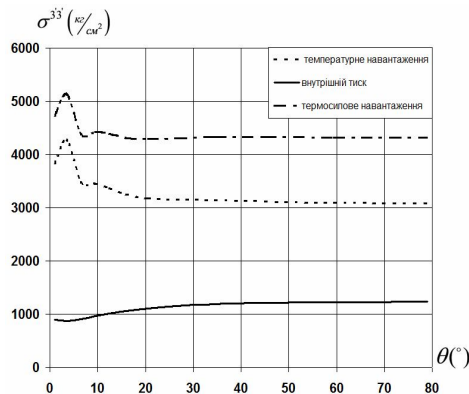
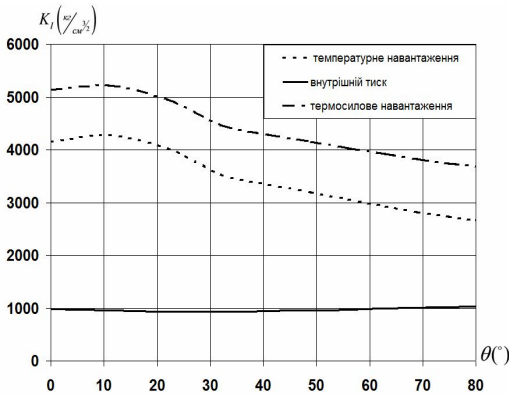
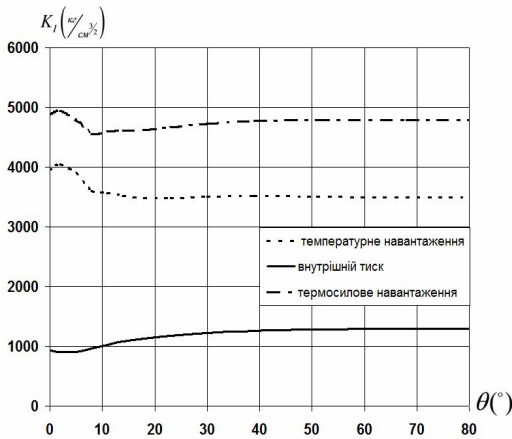


Рис. 7. Розподіл напружень (σ) вздовж фронту тріщини $a/c = 0.33$

Рис. 8. Розподіл КІН вздовж фронту тріщини $a/c = 0.67$ Рис. 9. Розподіл КІН вздовж фронту тріщини $a/c = 0.33$

Наведені розподіли КІН вздовж фронту, показують що більшу небезпеку становить тріщина $a/c = 0.33$. Процес аварійного охолодження призводить до значного зростання значень КІН і нерівномірності їх розподілення вздовж фронту. Таким чином наявність температурних складових навантаження має бути врахована при визначенні несучої здатності корпусу реактора.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Bazhenov V.A., Pyskunov S.O., Shkryl' O.O. A methodology of determining of parameter J^* in discrete models of finite element method* // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2017. – Вип. 99. – С. 33-44
2. *Броек Д. Основы механики разрушения: Пер. с англ.* – М.: Высш. шк., 1980. – 368 с.
3. *Напіваналітичний метод скінчених елементів у задачах руйнування тіл з тріщинами* / [Баженов В. А., Пискунов С. О., Шкріль О. О.] – Київ: Вид-во “Каравела”, 2017. – 208 с.
4. *Пискунов С.О. Шкріль О.О., Мицюк С.В. Прямий метод визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень в призматичних та просторових незамкнених тілах обертання при статичному навантаженні* // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2016. – Вип. 97. – С. 3-14.

5. Шкріль О.О. Визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень при температурному навантаженні/ О.О. Шкріль // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2013. – Вип. 93. – С. 128-136.
6. Anderson T.L. Fracture mechanics: Fundamentals and Applications, Third Edition. - CRC Press, 2005. - 640p.

REFERENCES

1. Bazhenov V.A., Pyskunov S.O., Shkryl' O.O. Metodologiya opredeleniya parametra J^* v diskretnykh modelyakh metoda konechnykh elementov (A Methodology of Determining of Parameter J^* in Discrete Models of Finite Element Method) // Opir materialiv i teoriya sporud. - 2017. - Vip. 99. - S. 33-44.
2. Brojek D. Osnovy mekhaniki razrusheniya (Fundamentals of Fracture Mechanics): Per. s angl. - M.: Vyssh. shk., 1980. - 368 s.
3. Napivaniľtichnyi metod skinchenikh yelementiv u zadachi ruynuvannya til z trishchinami (Semi-analytical Finite Element Method in Problems of Fracture of Bodies with Cracks) / [Bazhenov V. A., Piskunov S. O., Shkryl' O. O.] - Kii: Vid-vo "Karavela", 2017. - 208 s.
4. Piskunov S.O. Shkryl' O.O., Mitsyuk S.V. Pryamiy metod viznachennya koyefitsientiv intensivnosti napruzhen' v prizmatichnikh ta prostorovykh nezamknenikh tilakh obertannya pri staticheskom navantazheni (A Direct Method for Determining of Stress Intensity Factors in Prismatic and Spatial Non-closed Circular Bodies under Static Loading) // Opir materialiv i teoriya sporud. - 2016. - Vip. 97. - S. 3-14
5. Shkryl' O.O. Viznachennya koyefitsientiv intensivnosti napruzhen' pri temperaturnomu navantazheni (Determining of Stress Intensity Factors under Temperature Load) / O.O. Shkryl' // Opir materialiv i teoriya sporud. - 2013. - Vip. 93. - S. 128-136
6. Anderson T.L. Fracture mechanics: Fundamentals and Applications, Third Edition. - CRC Press, 2005. - 640p.

Стаття надійшла 14.11.2018

Piskunov S.O., Shkryl' A.A.

DETERMINATION OF THE CRACK RESISTANCE OF THE REACTOR PROTECTIVE SHELL UNDER THERMAL FORCE LOAD

The determination of the crack resistance of the protective shell of a nuclear reactor under thermal forced load has been made in the article. The reactor design under consideration is used on several NPPs in Ukraine. The case of the presence of an initial semi-elliptic cracks in the reactor's protective shell is considered. The thermal forced load is comprised of internal pressure and temperature load during emergency cooling. In order to assess the crack resistance of the reactor, in accordance with the recommendations of the IAEA, the stress intensity factor (SIF) is used. To substantiate the reliability, the definition of the CIF is carried out by energy and direct methods. The CIF determination by the energy method is performed on the basis of the calculation of the invariant integral J^* . The CIF determination by a direct method is based on a known distribution of displacements and stresses in the vicinity of the crack top. The solution of the problem is accomplished by finite element method (FEM). For the calculation of invariant J^* integrals in FEM discrete models, a reaction method is used which showed high efficiency for a wide range of problems. Definition of the CIF by a direct method is carried out in the special neighborhood of crack top. When solving the problem, a discrete model of a fragment of a reactor with a semi-elliptic crack with a relation to the elliptic semiaxes of 0.67 and 0.33 is considered. The configuration and size of the crack are taken in accordance with the existing IAEA recommendations for reactors. The graphs of the distribution of stresses, displacements and CIF along the front of the semi-elliptic crack are presented. CIF acquires its the highest values at the point most remote from the inner surface of the reactor's protective shell. It is shown that taking into account temperature loads significantly increases the value of CIF compared with the calculation only from the effect of internal pressure. It was found that a crack with a half-bonded ellipse of 0.33 is more dangerous than 0.67.

Keywords: finite element method, stress intensity factor, protective shell of a nuclear reactor, thermal load.

Пискунов С.О., Шкрить А.А.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ЗАЩИТНОЙ ОБОЛОЧКИ РЕАКТОРА ПРИ ТЕРМОСИЛОВОЙ НАГРУЗКЕ

Проведена оцінка напружено-деформованого стану захисної оболонки реактора с початкової тріщиною при дії термосилової навантажки. Отримані вздовж фронту тріщини значення коефіцієнтів інтенсивності напружень порівнюються з результатами розрахунку на дію окремо силового (внутрішнього тиску) і температурного навантаження.

Ключевые слова: метод конечных элементов, коэффициент интенсивности напряжений, защитная оболочка ядерного реактора, термосиловая нагрузка.

УДК 539.3

Пискунов С.О., Шкрить О.О. **Визначення тріщиностійкості захисної оболонки ядерного реактору при термосиловому навантаженні** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2018. – Вип. 101. – С. 60-66.

Проведена оцінка напружено-деформованого стану захисної оболонки реактора з початковою тріщиною при дії термосилового навантаження. Отримані вздовж фронту тріщини значення коефіцієнтів інтенсивності напружень порівнюються з результатами розрахунку на дію окремо силового (внутрішнього тиску) і температурного навантаження.
Ил. 9. Бібліогр. 6 назв.

UDC 539.3

Piskunov S.O., Shkril' A.A. **Determination of the crack resistance of the reactor protective shell under thermal force load** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 101. – P. 60-66. – Ukr.

An assessment of the stress-strain state of the reactor protective shell with an initial crack under the action of a thermal force load is carried out. The values of the stress intensity factors obtained along the crack front are compared with the results of the calculation for the effect of a separate force (internal pressure) and temperature effect.

Fig. 9. Ref. 6.

УДК 539.3

Пискунов С.О., Шкрить А.А. **Определение трещиностойкости защитной оболочки реактора при термосиловой нагрузке** // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2018. – Вип. 101. – С. 60-66. – Укр.

Проведена оцінка напружено-деформованого стану захисної оболонки реактора с начальной трещиной при действии термосилового навантажки. Полученные вдоль фронта трещины значения коэффициентов интенсивности напряжений сравниваются с результатами расчета на действие отдельно силового (внутреннего давления) и температурного воздействия.

Ил. 9. Библиогр. 6 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор Пискунов Сергій Олегович.

Адреса домашня: 03087, Україна, м. Київ, вул. Іскрівська б.3, кв.10

Мобільний тел.: +38(050) 962-66-14.

E-mail: s_piskunov@ua.fm

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3987-0583>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доцент, доктор технічних наук, професор кафедри будівельної механіки КНУБА Шкрить Олексій Олександрович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки.

Адреса домашня: 08132, Україна, м. Вишневе, вул. Г. Сковороди 10, кв. 24

Мобільний тел.: +38(050) 307-61-49.

E-mail: alexniism@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0851-4754>

УДК 539.3

ЗАСТОСУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ЗНАТЬ

В.А. Баженов,
д-р техн. наук, професор

О.В. Шишов,
канд. техн. наук

*Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2018.101.67-82>

Стаття присвячена застосуванню оригінальних програмних засобів для поточного та модульного контролю, які розроблено на кафедрі будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури (КНУБА), і протягом багатьох років використовуються у навчальному процесі.

На сьогоднішній день актуальними є нові форми навчання, зорієнтовані на використання сучасних інформаційних технологій, які значно розширюють можливість оволодіння вищою освітою. На кафедрі будівельної механіки інформаційні технології застосовуються в усіх видах навчальної роботи. Зокрема, для тестування знань у галузі будівельної механіки розроблено і впроваджено програмний україномовний комплекс КОНТРОЛЬ (рис. 1).

Комплекс призначається для проведення тестування знань та умінь в комп'ютерних класах, обладнаних локальною комп'ютерною мережею.

Матеріал дисципліни "Будівельна механіка" розбито на 13 модулів (тем). Тестування з кожної теми можна проводити незалежно від інших тем.

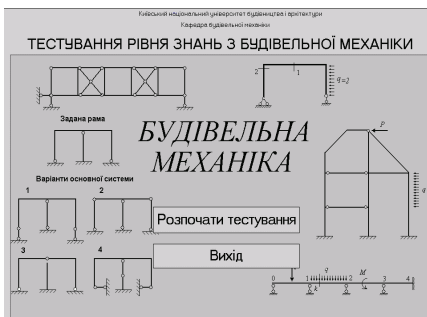


Рис. 1

Тестування здійснюється перевіркою відповідей на тестові білети з вибраної теми. Білети з обраної теми вибираються програмно випадковим чином і пред'являються студенту. Програма відстежує номери білетів, які пред'являлися кожному користувачу під час попередніх тестувань, і не допускає повторного пред'явлення тих самих тестових білетів. Крім того, програма фіксує кількість звернень до програми кожним користувачем. Допускається не більше трьох сеансів тестування протягом одного дня. Програма дозволяє автоматично знижувати оцінку, якщо тестування здійснюється після визначеного терміну. Кількість запитань у тестовому білеті може бути від 5 до 12. Запитання вибираються користувачем у

довільному порядку і виводяться в робоче вікно програми. Для надання відповідей на всі запитання тестового білету програмою надається обмежений відрізок часу (40 хвилин). Відповіді аналізуються програмою шляхом порівняння з еталонними. Наприкінці тестування програма повідомляє інтегральну оцінку рівня знань.

Отже, комплекс виконує такі дії:

- Надає можливість вибрати певну тему для проведення тестування.
- Вибирає випадковим чином тестовий білет з обраної теми.
- Дає можливість вибирати в будь-якому порядку запитання білета і виводить на екран тестові запитання, рисунки і, в разі необхідності, варіанти можливих відповідей.
- Програма залучає як запитання з вибірковою відповіддю (правильну відповідь слід вибирати із низки запропонованих програмою – такі запитання доцільно застосовувати здебільшого для перевірки теоретичних знань), так і з фіксованою відповіддю. Останній варіант застосовується при розв'язанні конкретних задач, коли відповідь має вигляд числа, цілого або десяткового.
- За певними правилами підсумовує кількість набраних балів і залежно від їхньої кількості виставляє оцінку знанням й умінням з вибраної теми.
- Дає можливість у процесі тестування залучати до роботи допоміжні програми: стандартний калькулятор, програму розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь, короткий довідник з будівельної механіки.

До особливостей програмного забезпечення можна віднести наступні.

- Програма супроводжується спеціально розробленими прикладними комп'ютерними програмами, що призначені для розв'язання задач, які входять до складу тестових білетів. Сюди відносяться програма для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь, програма, призначена для визначення спеціальних функцій, які необхідні при розрахунку стержневих систем на стійкість, калькулятор для проведення арифметичних обчислень. Ці програми можуть бути вільно завантажені безпосередньо з робочого вікна програми тестування.

- До програми додається програма–довідник з будівельної механіки, яка містить короткі відомості з будівельної механіки: основні положення, твердження, теореми, рівняння, формули тощо. Зазначений довідник може бути залучений до роботи безпосередньо під час тестування з робочого вікна програми.

- Студент може вибирати теми тестування на власний розсуд у будь-який час. Кількість тестових завдань (запитань чи задач) у білеті коливається в межах 5 – 12.

- Програма виводить в робоче вікно повідомлення щодо правильності відповіді на поточне запитання та інтегральну оцінку знань та умінь наприкінці тестування з обраної теми. Протоколи тестувань зберігаються в підкаталозі програми. Файл протоколів збільшується з часом. Коли кількість записів файлу сягає 1500, він автоматично знищується і створюється новий файл.

- Програма створює і підтримує файл коротких протоколів позитивних результатів тестувань. Цей файл може бути переглянутий безпосередньо з робочого вікна програми. Коли кількість записів файлу сягає 200, він

автоматично знищується і створюється новий файл. Зазначений файл є стійким щодо виправленням, які можуть бути зроблені "вручну", наприклад, виправлення оцінки або прізвища студента. Програма автоматично виявляє такі штучні виправлення і відновлює попередні записи.

- Програма унеможливорює повторне пред'явлення тестових білетів кожному зі студентів.

- Програма автоматично утворює файли результатів для кожної академгрупи, а також файли паролів і файли статистики для кожної академгрупи та файли загальної статистики.

- Програма відстежує вчасність проведення тестувань і автоматично знижує оцінку, якщо тестування відбувається пізніше визначеного терміну.

- Програма дає змогу кожному студентові оперативного отримувати інформацію щодо власних результатів тестувань за всіма темами.

- Програма дозволяє викладачам переглядати результати будь-яких академгруп.

Структура комплексу. Програмне забезпечення застосовується в комп'ютерних класах, обладнаних локальною комп'ютерною мережею, що складається з комп'ютера-сервера, який надає свої ресурси користувачам мережі, та робочих станцій – комп'ютерів користувачів (рис. 2).



Рис. 2

Сервер дозволяє користувачам мережі доступатись до файлів, розміщених на носіях інформації серверу. В процесі тестування частина логічного дискового простору робочої станції є відображенням частини дискового простору сервера. Основна обробка та пошук інформації для користувача будь-якої робочої станції здійснюється на сервері. Функції клієнтської частини на робочій станції користувача зводяться до введення даних та відображення результатів. Робоча станція лише забезпечує доступ до обчислювальних ресурсів серверу, тобто працює в режимі віддаленого терміналу.

Програмний комплекс складається з програми-оболонки, спеціальним чином структурованої бази тестових білетів і рисунків, а також деяких допоміжних файлів і прикладних програм, розміщених у підкаталогах. Структура комплексу представлена на рис. 3.

Каталог програмного комплексу має вигляд, представлений на рис. 4.

Основною програмою комплексу є програма-оболонка Testing.exe, яка

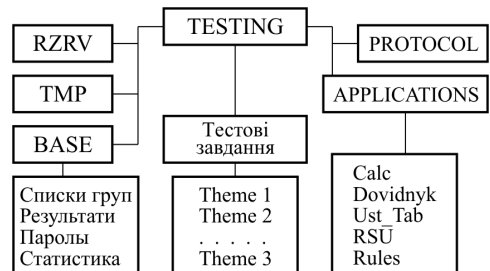


Рис. 3

пред'являє тестові білети, виводить на екран монітора результати тестування, підтримує і оновлює файли статистики, результатів, паролів тощо.

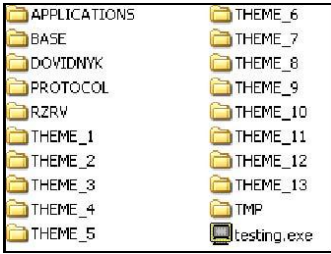


Рис. 4

Підкаталог APPLICATIONS – містить прикладні програми, які можуть бути залучені під час тестування і носять допоміжний характер: калькулятор, короткий довідник з будівельної механіки, програму розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь, програму обчислення спеціальних функцій методу переміщень для розрахунку рам на стійкість, правила роботи з програмою тестування.

Підкаталоги тестових завдань Theme_1, Theme_2, Theme_3 і т.д. Кількість таких підкаталогів дорівнює кількості тем тестування. У кожному з підкаталогів розміщено тестові завдання з певної теми у вигляді текстових та графічних файлів.

Підкаталог RZRV вміщує допоміжні файли: список тем тестування, граничні дати термінів тестування з кожної теми, резервні файли статистики.

Підкаталог TMP зберігає тимчасові файли, які утворюються програмою під час роботи.

Підкаталог PROTOCOL – тут розташовані повні та скорочені протоколи тестування.

Головне вікно може мати два види. Вид обирається програмою автоматично залежно від типу тестового запитання. Якщо відповідь на запитання носить вибірковий характер, то головне вікно має вигляд, представлений на рис. 5. Якщо ж відповідь на запитання має фіксований характер, то головне вікно набуває вигляду, представленому на рис. 6.

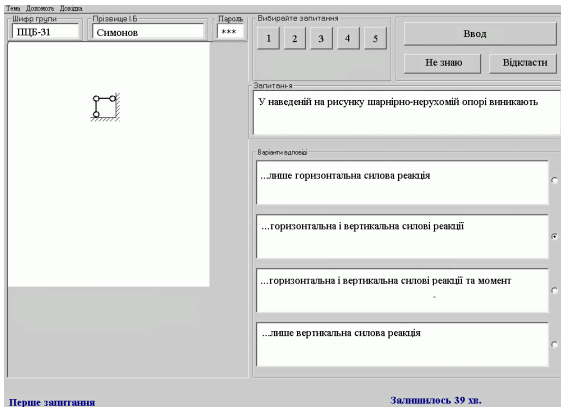


Рис. 5

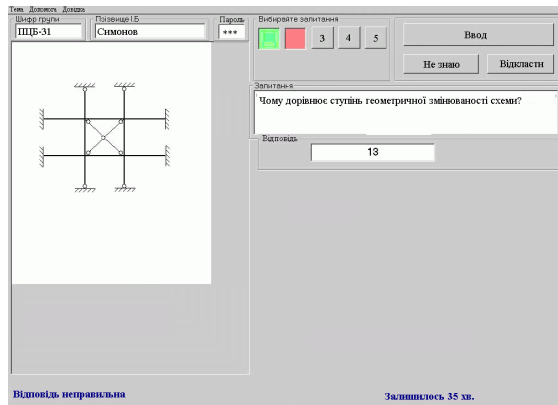


Рис. 6

В обох видах головного вікна є спільні елементи:

- Спадні меню.
- Поля ідентифікації студента "Шифр групи", "Прізвище І.Б.", "Пароль".
- Зона "Вибирайте запитання" з кнопками номерів запитань.
- Кнопки введення відповіді "Увід", "Не знаю", "Відкласти".
- Поле "Запитання".
- Поле рисунка.
- Статусний рядок.

Різниця полягає лише у зоні "Відповідь". У випадку вибіркової відповіді (рис. 5) виводиться чотири поля з варіантами відповіді, а у випадку фіксованої відповіді (рис. 6) – одне поле для введення числового результату.

Спадні меню. Керування багатьма функціями програми-оболонки здійснюється за допомогою спадних меню (рис. 7).

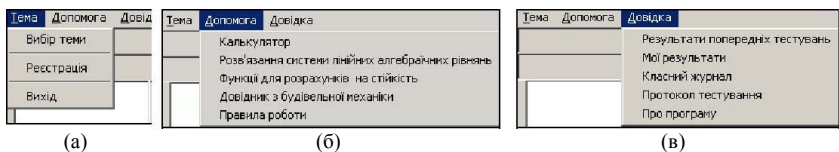


Рис. 7

Меню "Тема" (рис. 7(a)) призначається для роботи з темами тестування та для виходу з програми.

Перший пункт "Вибір теми" активізується після реєстрації студента в програмі. Вибір зазначеного пункту виводить у головне вікно програми теми тестування (рис. 8).

Другий пункт "Реєстрація" призначено для виправлення помилки в реєстрації студента. Після вибору цього пункту можна внести коригування в поля "Шифр групи" та

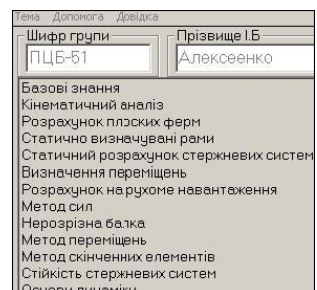


Рис. 8

"Прізвище І.Б."

Вибір пункту "Вихід" приводить до нормального виходу з програми. При цьому зберігаються результати тестування та оновлюються файли статистики.

Меню "Допомога" (рис. 7(б)) призначається для залучення допоміжних прикладних програм. Прикладні програми розташовано у підкаталозі APPLICATIONS і мають стандартні імена:

RSU.exe - розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Calc.exe - калькулятор.

Dovidnyk.exe - короткий довідник з будівельної механіки.

Tab_Ust.exe - обчислення величин спеціальних функцій для розрахунку рам на стійкість методом переміщень.

WordPad.exe - текстовий редактор.

Якщо будь-яка з перелічених прикладних програм відсутня або має інше ім'я, то відповідний пункт меню стає неактивним і запустити таку програму безпосередньо з програми тестування неможливо.

Меню "Довідка" (рис. 7(в)). Призначається для одержання інформації щодо результатів тестування.

Пункт "Результати попередніх тестувань" виводить на екран зміст файлу PROTOCOL\Summary.rpt, де зберігаються результати попередніх позитивних тестувань (рис. 9).

ПІБ	Група	Тема	Оцінка	Дата	Час
Шелетюк Г.О.	ПЦБ-33	Визначення переміщень	5	23.12.2017	29:10
Гоєва К.В.	ПЦБ-33	Визначення переміщень	3	23.12.2017	18:55
Ткач К.Ю.	ПЦБ-32	Визначення переміщень	4	23.12.2017	38:26
Півторак Ю.С.	ПЦБ-32	Визначення переміщень	3	23.12.2017	33:53
Дралей Д.Ю.	ПЦБ-32	Визначення переміщень	4	23.12.2017	34:47
Леоненко В.В.	ПЦБ-33	Визначення переміщень	5	23.12.2017	25:27
Півторак Ю.С.	ПЦБ-32	Визначення переміщень	4	24.12.2017	33:51
Сліпий М.М.	ПЦБ-33	Визначення переміщень	4	24.12.2017	38:07
Макеєв А.О.	ПЦБ-33	Визначення переміщень	4	24.12.2017	16:28
Довгалюк І.С.	ПЦБ-39	Визначення переміщень	3	24.12.2017	8:55
Бодялов Р.М.	ПЦБ-48	Основи динаміки	5	24.12.2017	4:33

Рис. 9

Тема	Допомога	Довідка
№ теми:	1	2
Оцінка:	0	3

Рис. 10

Пункт "Мої результати" виводить в головне вікно програми короткі результати тестувань зареєстрованого користувача (рис. 10).

"Класний журнал" закритий паролем для пересічних користувачів. Вибір пункту приводить до виведення на монітор допоміжного вікна (рис. 11).

Для подальшої роботи з класним журналом необхідно ввести пароль.

Після введення пароля на монітор виводиться вікно зі списком файлів результатів тестувань для академгруп (рис. 12).

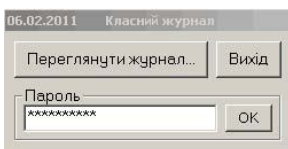


Рис. 11

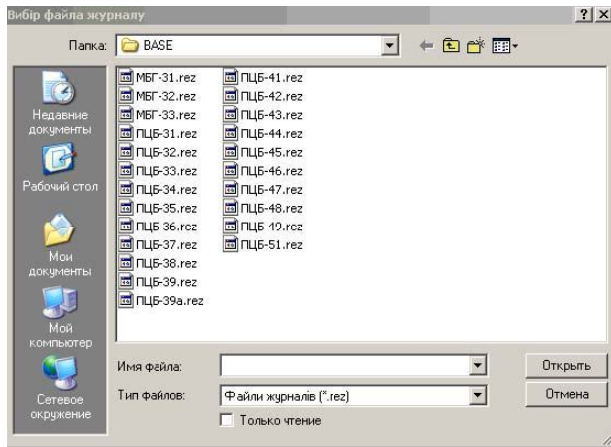


Рис. 12

"Класний журнал" дозволяє для будь-якої академгрупи отримати відомості, які вибираються програмою з файлів, розміщених у підкаталозі BASE: Результати тестування (рис. 13).

Також можна переглянути кількість звернень до кожної теми студентами будь-якої академгрупи (рис. 14).

#Студенти	Тема:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Баранецкий В.О.		4				5	4			3	3	3	3	
Васильев В.В.		5				5	4			5	4	4	5	
Галушка Р.Б.		3				3	3			3	3	3	3	
Глушченко П.С.		4				5	4			4	4	3	4	
Гурский А.О.		5				4	3			3				
Ддик Ю.О.		5				5	5			5	4	5	5	
Довгань М.А.		5				5	5			5	4	4	5	
Ісєєва Ю.І.		5				5	4			4	4	4	4	
Камінський В.Р.		4				4	3			4	4	3	4	
Кореньок І.О.		5				4	4			5	3	4	4	
Костюк В.Д.		4				4	4			4	3	4	5	
Лаба Є.Г.		5				5	5			5	5	5	4	
Литовченко Б.В.		5				5	5			5	5	5	5	
Ляховецький Д.В.		5				4	4			2				
Марчук В.В.		4				5	5			4	4	3	3	

Рис. 13

#Студенти	Тема:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Сум.
Баблев Д.	:3	35	0	0	2	11	0	0	0	0	0	0	0	0	51
Браженко Г.О.	:0	10	0	0	4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	16
Богданов С.І.	:2	19	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24
Грищенко О.О.	:4	22	0	0	7	18	0	0	0	0	0	0	0	0	51
Драпей Д.Ю.	:1	18	0	0	9	10	0	0	0	0	0	0	0	0	38
Гванченко А.А.	:0	25	0	0	13	18	0	0	0	0	0	0	0	0	56
Іванов Є.В.	:4	13	0	0	7	5	0	0	0	0	0	0	0	0	29
Кішко В.О.	:1	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
Кониш У.М.	:0	56	0	0	15	8	0	0	0	0	0	0	0	0	79
Лєвченко Є.А.	:2	9	0	0	3	11	0	0	0	0	0	0	0	0	25
Лукина К.П.	:0	16	0	0	8	17	0	0	0	0	0	0	0	0	41
Ляшенко Ю.А.	:0	33	0	0	10	10	0	0	0	0	0	0	0	0	53
Найда О.В.	:0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
Овчаренко Д.О.	:0	6	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8
Окелєда А.О.	:4	19	0	0	17	8	0	0	0	0	0	0	0	0	48
Палеха Р.П.	:5	23	0	0	14	14	0	0	0	0	0	0	0	0	56
Пасічник Я.В.	:0	12	0	0	7	7	0	0	0	0	0	0	0	0	26
Пієтгорак Ю.С.	:6	22	0	0	12	14	0	0	0	0	0	0	0	0	54
Пушніак В.В.	:1	31	0	0	12	3	0	0	0	1	0	0	0	0	48

Рис. 14

Через вікно, представлене на рис. 12, можна переглянути та, в разі необхідності, відредагувати файли списків академгруп та файли паролів. Списки груп протягом навчального року можна доповнювати або виправляти прізвища студентів, але в жодному разі не видаляти прізвища зі списку. Пункт "Протокол тестування" виводить у поле рисунка головного вікна повний протокол поточного сеансу тестування (рис. 15).

ПРОТОКОЛ ТЕСТУВАННЯ ЗНАЙ		
Дисципліна <БУДІВЕЛЬНА МЕХАНІКА>		
25.04.2018 16:09:10		
Тема: Метод переміщень		
Тестовий білет: МР-23-А-16.		
Група: ПШ-31		
Студент: Симонов		
№ зап.	Бали	Відповідь
1	5	3
2	5	4
3	5	6
4	5	1
5	1	30
6	5	6
7	5	6
8	0	
Сумарна кількість балів: 31 (77.5%)		
Оцінка ДОБРЕ		
Використаний час: 24 хвил. 23 сек.		

Рис. 15

Тут наводяться дані щодо дисципліни, теми, дати та часу тестування, імені файлу тестового білету, шифру академгрупи та прізвища студента, надані відповіді на запитання. Наводяться бали, отримані студентом за відповідь на кожне запитання, а також сумарна кількість набраних балів та інтегральна оцінка тестування. Протоколи тестування зберігаються у файлі Testing.prt, який розташовано в підкаталозі PROTOCOL. Зазначений файл у подальшому може бути переглянутий за допомогою текстового редактора, наприклад текстового редактора WordPad чи NotePad.

Після введення шифру академгрупи, прізвища та індивідуального пароля активізуються пункти меню "Тема", і можна розпочинати тестування, вибравши з меню пункт "Вибір теми".

У зоні "Вибирайте запитання" розташовано 12 віртуальних кнопок для залучення тестових запитань. На кнопки нанесено номери 1, 2, ..., 12. Залежно від кількості запитань у білеті автоматично активується відповідна кількість кнопок. Натискання мишею тієї чи іншої кнопки виводить у головне вікно відповідне запитання. У статусний рядок виводиться повідомлення щодо номеру поточного запитання. Активовані кнопки можна натискати у будь-якому порядку.

До надання відповіді кнопки зафарбовано сірим кольором. У подальшому залежно від наданої відповіді колір кнопок змінюється: якщо надано правильну відповідь – колір кнопки змінюється на зелений, якщо відповідь неправильна – на червоний, якщо надано відповідь "Не знаю" – на жовтий. Кнопки з номерами запитань, на які було надано ту чи іншу відповідь, деактивуються і повторне звернення до таких запитань стає неможливим.

Поряд із зоною "Вибирайте запитання" зібрано три кнопки для введення відповіді. Натискання мишею кнопки "Увід" вводить відповідь на поточне запитання до програми, де відбувається порівняння з еталонною відповіддю. Залежно від правильності відповіді кнопка з номером поточного запитання зафарбовується в зелений чи в червоний колір. У статусний рядок залежно від правильності відповіді виводиться повідомлення "Відповідь правильна" чи "Відповідь неправильна". Натискання кнопки "Не знаю" знімає запитання з розгляду і виводить повідомлення "Відповіді немає". Кнопка зафарбовується в жовтий колір. Повторне повернення до запитання стає неможливим. І нарешті натискання

кнопки "Відкласти" тимчасово знімає запитання з розгляду. Колір кнопки не змінюється. До запитання можна повернутися згодом.

Зони "Запитання" і "Рисунок" призначено для виведення в головне вікно тексту запитання, рисунка до запитання та поля з відповідями. Залежно від очікуваної відповіді програма автоматично надає зоні "Запитання" той чи інший вигляд.

Якщо відповідь має вибірковий характер, то в зоні "Запитання" з'являються поле із запитанням та чотири поля, в яких наводяться варіанти можливих відповідей. Одна з відповідей правильна (рис. 5). Розміщення відповідей у полях носить випадковий характер, який визначається за допомогою генератора випадкових чисел. Студент повинен вибрати правильну, на його думку, відповідь і натиснути кнопку "Увід".

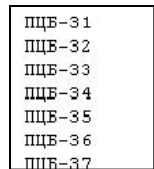
Якщо відповідь має фіксований характер, то в зоні "Запитання" також з'являється поле із запитанням, а також поле для введення фіксованої відповіді, яка має числовий характер (рис. 6). Тут треба розв'язати поставлену задачу і ввести в поле числову відповідь. Якщо число являє собою дріб, то воно має бути представленим у десятковому вигляді. Символом розділу між цілою та дробовою частиною може бути як крапка, так і кома. Символ розділу не залежить від налаштування комп'ютера.

Відповідь вважається правильною, якщо вона відхиляється від точного значення не більше, ніж на 1%.

У статусний рядок виводяться повідомлення щодо неправильних дій студента, номерів поточних запитань та правильності відповідей на них. Тут також показано час, який залишається до кінця сеансу тестування. І зрештою виводиться інтегральна оцінка всього сеансу тестування.

Підкаталог BASE призначений для розміщення файлів зі списками академгруп, результатів тестувань, статистики тощо.

Файл Groups.txt – це текстовий файл DOS, у якому зберігається список академгруп, що тестуватимуться в поточному навчальному році. Файл створюється текстовим редактором WordPad або NotePad. Кожен запис становить собою шифр групи (рис. 16).



ПЦБ-31
ПЦБ-32
ПЦБ-33
ПЦБ-34
ПЦБ-35
ПЦБ-36
ПЦБ-37

Рис. 16

Файли списків академгруп це текстові файли DOS, у яких зберігаються списки студентів академгруп. Файли створюються текстовим редактором WordPad або NotePad. Імена файлів мають відповідати шифрам академгруп, переліченим у файлі списку шифрів академгруп BASE\Groups.txt, але мати розширення .txt. Наприклад ПЦБ-31.txt, ПЦБ-32.txt

Файли списків студентів є основою всіх інших файлів підкаталогу BASE, які створюються програмою автоматично.

Зокрема це файли результатів тестування, які містять результати тестування з усіх тем і автоматично створюються програмою для кожної академгрупи. Тут зберігаються найвищі оцінки тестувань кожного студента з кожної теми.

Файли результатів створюються, заповнюються та оновлюються програмою автоматично. Вони є стійким проти зовнішнього

несанкціонованого втручання. При знищенні файлів або внесення в них змін вони автоматично відновлюються.

Програма обмежує для кожного студента кількість сеансів тестування протягом одного дня. На умовчання кількість сеансів обмежується трьома спробами. Це здійснюється за допомогою файлів кількості повторних звернень.

Файли автоматично створюються програмою для кожної академгрупи. Кількість і послідовність записів у файлі паролів академгрупи відповідає кількості та послідовності записів у файлі списку даної академгрупи.

Серед файлів, які утворюються програмою є файли статистики, зокрема файл itogo2.txt подає дані щодо оцінок тестування всіх студентів по всіх темах (рис. 17).

Починаючи з 28.09.2017 р. на теперішній момент 10:22:39 12.02.2018 р. кількість звернень до програми тестування дорівнює 6501						
Тема	Оцінка 5	Оцінка 4	Оцінка 3	Оцінка 2	Усього	
...1..	10 (14.08%)	7 (9.859%)	9 (12.67%)	45 (63.38%)	71	(1.092%)
...2..	122 (4.396%)	222 (8.000%)	362 (13.04%)	2069 (74.55%)	2775	(42.68%)
...3..	0 (0.000%)	0 (0.000%)	0 (0.000%)	0 (0.000%)	0	(0.000%)
...4..	0 (0.000%)	0 (0.000%)	0 (0.000%)	0 (0.000%)	0	(0.000%)
...5..	86 (7.775%)	124 (11.21%)	77 (6.962%)	819 (74.05%)	1106	(17.01%)
...6..	81 (7.290%)	115 (10.35%)	83 (7.470%)	832 (74.88%)	1111	(17.08%)
...7..	0 (0.000%)	0 (0.000%)	0 (0.000%)	0 (0.000%)	0	(0.000%)
...8..	2 (2.857%)	19 (27.14%)	15 (21.42%)	34 (48.57%)	70	(1.076%)
...9..	0 (0.000%)	0 (0.000%)	0 (0.000%)	5 (100.0%)	5	(0.077%)
...10..	0 (0.000%)	2 (9.523%)	5 (23.80%)	14 (66.66%)	21	(0.323%)
...11..	0 (0.000%)	0 (0.000%)	0 (0.000%)	12 (100.0%)	12	(0.184%)
...12..	93 (10.72%)	89 (10.26%)	105 (12.11%)	580 (66.89%)	867	(13.33%)
...13..	79 (17.06%)	42 (9.071%)	27 (5.831%)	315 (68.03%)	463	(7.122%)
Разом	473 (7.275%)	620 (9.537%)	683 (10.50%)	4725 (72.68%)	6501	(100.0%)

Рис. 17

У підкаталозі APPLICATIONS розміщено оригінальні прикладні програми, які можуть використовувати студенти під час тестування. Це програми "Калькулятор", "Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь", "Визначення спеціальних функцій для розрахунку рам методом переміщень", "Короткий довідник з будівельної механіки".

Зазначені програми завантажуються через спадне меню "Допомога" (рис. 7(б)). Зазначені програми повинні мати стандартні імена.

Програмою створюються два файли протоколів тестувань, які автоматично створюються програмою і мають лише довідкову функцію: повний протокол і короткий протокол.

Файл Testing.prt – містить повний протокол всіх тестувань усіх студентів. Він накопичує протоколи тестування студентів (рис. 15) і може бути переглянутий текстовими редакторами WordPad або NotePad. Кількість записів файлу постійно збільшується. Коли кількість записів сягає 2000, програма автоматично знищує існуючий файл і створює новий.

Файл Summary.prt – містить короткий протокол всіх тестувань всіх студентів. Тут зберігаються результати лише позитивних тестувань. У протоколі відзначаються прізвище студента, тема, оцінка, дата та час тестування. Короткий протокол може бути переглянутий з меню "Довідки/Результати попередніх тестувань" (рис. 9). Необхідно відзначити, що внесення змін у виведений на екран протокол програмою не зберігається.

Файл короткого протоколу весь час збільшується, що робить певні незручності при виведенні його у головне вікно. Тому, коли кількість записів сягає 200, програма автоматично перейменовує існуючий файл Summary.prt, а для подальшої роботи програма автоматично створює новий файл Summary.prt.

Тестові завдання згруповано по темах і розташовано у відповідних підкаталогах, які мають імена Theme_##, де ## – номер теми тестування. Наприклад, Theme_1 або Theme_12. Номер теми повинен відповідати номеру теми в списку тем тестування (рис. 18). Структура підкаталогів однакова для кожної теми. У кожному підкаталозі теми тестування розташовано три види файлів: файли тестових білетів, файли рисунків, файл списку білетів.

Файли тестових білетів – це текстові файли, які містять запитання і еталонні відповіді з певної теми. На умовчання кількість білетів (файлів тестових білетів) з будь-якої теми не повинна перевищувати 60.

Ці файли можуть бути створені за допомогою спеціальної програми автоматизації створення білетів.

Білет може містити від 5 до 12 запитань. Кожному запитанню в білеті відведено 6 записів:

1. Повне ім'я файлу рисунка, що ілюструє запитання.
2. Текст запитання.
3. Правильна (еталонна) відповідь.
- 4-6. Варіанти неправильних відповідей.

Характер запитання (з фіксованою відповіддю або з вибірковою відповіддю) визначається програмою автоматично. Якщо хоча б один з неправильних варіантів відповіді залишено пустим, то відповідь трактується програмою як фіксована, і у робоче вікно програми виводиться лише одне поле, куди необхідно ввести число (ціле або в десятковому вигляді). Ціла частина від десяткової відділяється крапкою або комою. Якщо ж надано всі 3 неправильні варіанти відповіді, то запитання трактується програмою як вибіркоче і на екран виводяться чотири поля з варіантами відповіді, які передбачені в білеті.

Правильні числові відповіді можуть задаватися у вигляді цілих або дійсних чисел. Якщо відповідь задається без десяткової крапки, тобто у вигляді цілого числа, при перевірці відповіді програма вимагає точної відповіді без жодної похибки. Якщо ж відповідь у білеті містить десяткову крапку, то таке число вважається дійсним і припускає похибку у відповіді до 0,1 – 1 % залежно від величини числа.

При підготовці еталонних відповідей можна за допомогою спеціальної програми автоматично кодувати числові відповіді шляхом заміни одних цифр на інші. У подальшому під час тестування програма автоматично декодує відповіді. Такий захід унеможливує доступ студентів до правильних відповідей тестових білетів, якщо вони в який-небудь спосіб дістануться до розташованої на сервері інформації.

```
N:\TESTING\THEME_2\KA-1-A.BLT
N:\TESTING\THEME_2\KA-2-A.BLT
N:\TESTING\THEME_2\KA-3-A.BLT
N:\TESTING\THEME_2\KA-11-A.BLT
N:\TESTING\THEME_2\KA-12-A.BLT
N:\TESTING\THEME_2\KA-13-A.BLT
N:\TESTING\THEME_2\KA-14-A.BLT
N:\TESTING\THEME_2\KA-15-A.BLT
N:\TESTING\THEME_2\KA-16-A.BLT
N:\TESTING\THEME_2\KA-17-A.BLT
N:\TESTING\THEME_2\KA-18-A.BLT
N:\TESTING\THEME_2\KA-19-A.BLT
N:\TESTING\THEME_2\KA-20-A.BLT
N:\TESTING\THEME_2\KA-21-A.BLT
N:\TESTING\THEME_2\KA-22-A.BLT
N:\TESTING\THEME_2\KA-24-A.BLT
N:\TESTING\THEME_2\KA-25-A.BLT
N:\TESTING\THEME_2\KA-26-A.BLT
```

Рис. 18

Рисунки, що входять до складу текстових білетів, можуть бути як кольоровими, так і чорно-білими. Вони створюються за допомогою редакторів растрової графіки, таких як Paint, PhotoShop, і зберігаються в файлах з розширеннями bmp, jpg або gif. Останній формат є найбільш економічним і може бути рекомендований до застосування для всіх рисунків. Крім того, рисунки можна отримувати шляхом сканування рисунків, виконаних на папері. Файли рисунків необхідно зберігати в підкаталогах відповідних тем.

З усіх тестових білетів програма пред'являє тільки ті тестові білети, які включені до файлів списків тестових білетів. Файл списку для кожної теми має ім'я Theme_##.sps, де ## – номер теми тестування. Наприклад, Theme_1.sps або Theme_12.sps. Кожен запис файлу відповідає певному тестовому білету і містить повний шлях до файлу білету. Фрагмент такого файлу наведено на рис. 18.

Для створення файлів списків зручно використовувати спеціальну програму автоматизації створення білетів. Кількість записів у файлі визначає кількість тестових білетів, які використовуються програмою. Білети, які не занесені до файлу списку, участі у тестуванні не беруть.

Інтегральна оцінка тестування. Залежно від правильності відповідей студенту нараховується певна кількість балів. Результатам тестування є інтегральна оцінка знань та умінь студента з певної теми, яка визначається програмою залежно від кількості балів, набраних студентом. Прийнята в програмі система нарахування балів наведена в таблиці 2.

Таблиця 2

Характер відповіді	Відповідь		
	Правильна	Неправильна	“Не знаю”
Вибірковий	5	0	1
Фіксований	5	1	0

Інтегральна оцінка тестування залежить від проценту P набраних балів по відношенню до максимально можливої їх кількості. Оцінки наведені в таблиці 3.

Таблиця 3

Повідомлення щодо інтегральної оцінки тестування виводиться в статусний рядок вікна програми після відповіді на останнє запитання білета, а також зберігається у файлах статистики, файлах результатів, короткому та повному протоколах.

Процент набраних балів	Інтегральна оцінка
$P \geq 90$	Відмінно
$90 > P \geq 75$	Добре
$75 > P \geq 60$	Задовільно
$P < 60$	Незадовільно

Супровід програми тестування. Програмний комплекс для тестування знань і умінь не потребує втручання протягом навчального року. Проте таке втручання необхідне на початку навчального року.

Оскільки програмний комплекс з усіма допоміжними програмами та файлами розташовано на сервері, то й усі дії, спрямовані на обслуговування комплексу, повинні відбуватися за участю Адміністратора локальної мережі, який забезпечує доступ до сервера.

Щорічне обслуговування виконується один раз на початку навчального року (як правило наприкінці вересня). Воно полягає у заміні списків академгруп, а також у видаленні тимчасових файлів, файлів результатів, файлів протоколів та статистики, що утворилися в процесі роботи комплексу.

Задля зручності виконання зазначених процедур передбачена автоматизація процесу щорічного обслуговування комплексу. Не автоматизована лише підготовка списків академгруп, які необхідно підготувати заздалегідь на будь-якому комп'ютері, під'єднаному до локальної мережі кафедри.

Для автоматизації необхідно вручну знищити два ключові файли Itogo.txt та Itogo2.txt, розташовані у підкаталозі BASE, а потім запустити програму і у головному вікні клацнути у полі "Шифр групи". Цей клік автоматично видаляє всі тимчасові файли, створює порожній файл BASE\Itogo.txt і виводить на екран вікно установки основних параметрів програми тестування (рис. 19).

Числа 40 та 60 встановлені за умовчанням. Як показує практика, їх можна не змінювати. Натиснення на кнопку "Встановити і продовжити" виводить на екран наступну можливість (рис. 20).

Натиснення кнопки "Переглянути" виводить на екран вікно текстового редактора, яке дозволяє переглянути зміст файлу BASE\Groups.txt, видалити зі списку шифри відсутніх академгруп або додати шифри академгруп, які додатково з'являються в новому навчальному році.

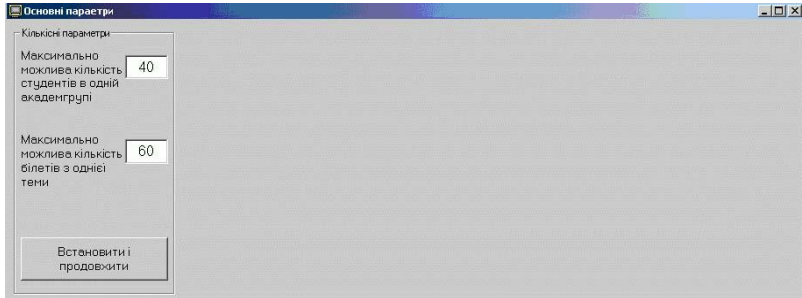


Рис. 19

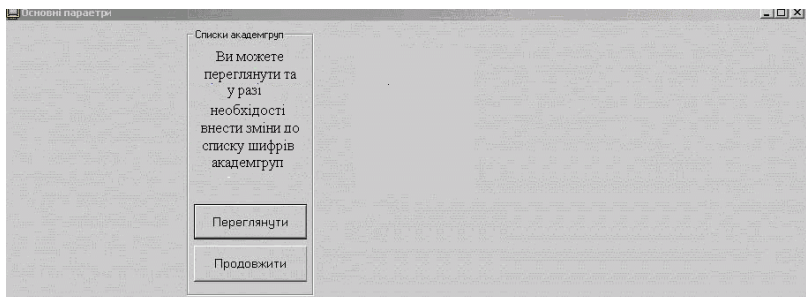


Рис. 20

Після натиснення кнопки "Продовжити" (рис. 20) на екран виводиться список академгруп, який можна редагувати (рис. 21).

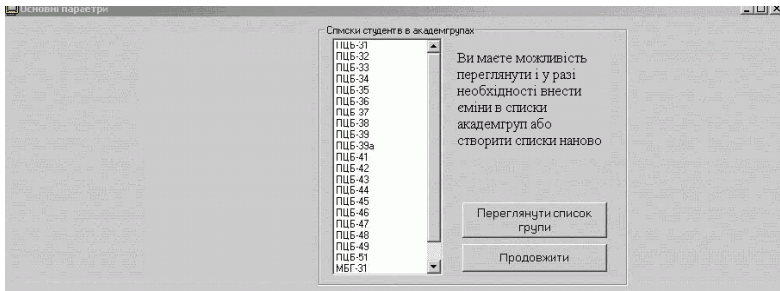


Рис. 21

Тут по чергово вибираються шифри академгруп і у вікні текстового редактора, що відкрилося, вводяться нові списки. Для редагування доцільно використовувати заздалегідь підготовлені списки академгруп і вводити їх використовуючи буфер копіювання. В разі, якщо списки деяких академгруп не підготовлені, їх можна буде ввести пізніше, але вже за допомогою вікна "Класний журнал" або безпосередньо на сервері.

Натиснення кнопки "Продовжити" виводить на екран можливість редагувати файл RZR\Grandat.txt, де зазначені терміни тестування за всіма темами (рис. 22).

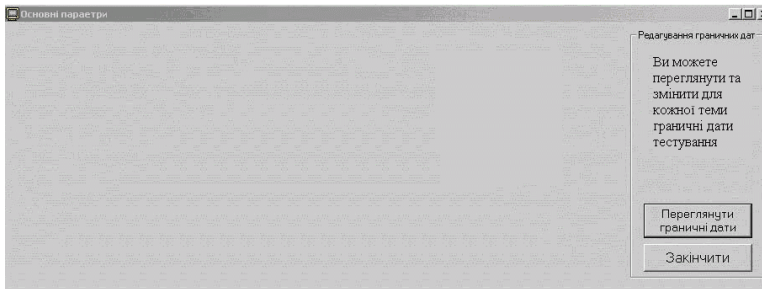


Рис. 22

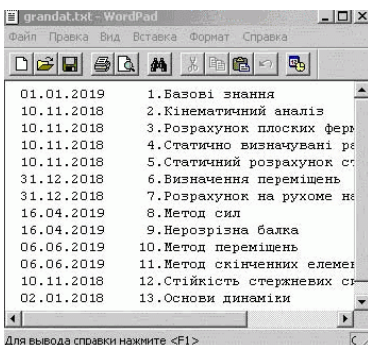


Рис. 23

Натиснення кнопки "Переглянути граничні дати" виводить на екран зміст файлу граничних дат (рис. 23). Тут необхідно ввести граничні дати тестувань з кожної теми. Слід зазначити, що тестування після цих дат знижує оцінку на один бал.

Натиснення кнопки "Закінчити" (рис. 22) завершує процедуру обслуговування програмного комплексу.

І, нарешті, слід мати на увазі, що автоматизація обслуговування може бути використана тільки один раз на початку нового навчального року, оскільки при цьому знищуються всі результати попередніх тестувань.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Перельмутер А.В., Шишов О.В.* Будівельна механіка. Комп'ютерні технології і моделювання. Підручник. - Київ.: ВІПОЛ, 2013. – 896 с.
2. *Баженов В.А., Іванченко Г.М., Шишов О.В., Пискунов С.О.* Будівельна механіка. Розрахункові вправи. Задачі. Комп'ютерне тестування. Навчальний посібник. К.: "Каравела", 2014 – 502 с.

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A., Perelmuter A.V., Shishov O.V.* Budivelna mehanika. Kompjuterne tehnologiy i modeluvannya. Pidruchnyk. - Kyiv: VIPOL, 2013.- 896 s.
2. *Bazhenov V.A., Ivanchenko G.M., Shishov O.V., Piskunov S.O.* Budivelna mehanika. Rozrachunkovi vpravy. Zadachi. Kompjuterne testuvannya. Navchalnyi posibnuk. – Kyiv.: "Caravela", 2014 – 502 s.

Стаття надійшла 24.10.2018

Bazhenov V.A., Shishov O.V.

APPLICATION OF INFORMATION TECHNOLOGIES FOR KNOWLEDGE CONTROL

The process of resistance training materials and construction mechanics consists of presenting educational information, performing design work, which determines the stress-deformed state of the typical calculation schemes, and in controlling the quality and volume of the mastered learning material. At the Department of Construction Mechanics of Kyiv National University of Construction and Architecture, computer technologies are used at all these stages.

To date, new forms of education are urgent, oriented to the use of modern information technologies, which considerably will expand the possibility of mastering higher education. Several electronic textbooks and manuals have been developed at the department, and the software complex ASISTENT has been widely used, which is used for performing calculations, self-testing and graduation design. For the computer verification of the acquired knowledge at the Department of Construction Mechanics, the program Ukrainian-language complex CONTROL has been developed and implemented.

The complex is intended for the testing of knowledge and skills in computer classes equipped with a local computer network.

Material of the discipline "Construction mechanics" is divided into 13 modules (themes). Testing on each topic can be done regardless of other topics at any time convenient for the student. Testing is performed by checking the answers to test tickets from the selected topic. Tickets from the selected theme are selected by the program in a random manner and presented to the student. The program tracks the number of tickets that were submitted to each user during the previous tests, and does not allow the re-presentation of the same test tickets. In addition, the program records the number of hits to the program by each user. No more than three sessions of testing within one day are allowed. The program allows you to automatically lower your grade if testing is performed after a specified period. The number of questions in the test ticket can be from 5 to 12. It is possible to use questions of two types: with a selective and with a fixed response. In the first version, the program offers several options for a possible answer, from which it is necessary to choose the correct one. In the second one - a specific task is proposed that needs to be solved and obtain a numerical result. Questions are selected by the user in an arbitrary order and displayed in the program's worksheet. To provide answers to all questions of the test ticket, the program provides a limited time (40 minutes). Answers are analyzed by the program by comparison with the reference ones. At the end of the test, the program reports an integral assessment of the level of knowledge. Under certain rules summed up the number of points scored and, depending on their number, assesses the knowledge and skills of the selected topic.

The complex is designed to work only in network mode. All programs and files of the complex are located on the cathedral server, and all computers on the local network play the role of workstations. Test results are stored on the server, virtually unlimited time.

The complex contains applications that can be involved during testing and are auxiliary: a calculator, a short guide to construction mechanics, a program for solving systems of linear algebraic equations, a program for calculating special functions of the displacement method for calculating frames for stability, rules of work with the program testing.

Баженов В.А., Шишов О.В.

ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

Рассматривается использование в учебном процессе специализированного программного обеспечения, разработанного преподавателями кафедры строительной механики Киевского национального университета строительства и архитектуры (Украина).

Промежуточное и модульное тестирование приобретенных знаний выполняется при помощи оригинального программного комплекса КОНТРОЛЬ, который размещается на кафедральном сервере и в режиме онлайн проверяет результаты решения тестовых задач для основных разделов дисциплины, а также ответы на теоретические вопросы. Подробно обсуждается структура комплекса и результаты тестирования.

Ключевые слова: обучение, тестирование, программа, вопросы.

УДК 539.3

Баженов В.А., Шишов О.В. **Застосування інформаційних технологій для контролю знань** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2018. – Вип. 101. – С. 67-82.

Розглядається використання у навчальному процесі спеціалізованого програмного забезпечення, розробленого викладачами кафедри будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури (Україна).

Табл. 3. Іл. 23. Бібліогр. 2 назв.

UDC 539.3

Bazhenov V.A., Shishov O.V. **Application of information technologies for knowledge control** // Strength of materials and theory of structures: Sci.&Tech. Collected Artcl. – K.: KNUBA, 2018. – Issue 101. – P. 67-82.

The use of specialized software developed in the teaching staff of the Department of Construction Mechanics of the Kiev National University of Construction and Architecture (Ukraine) is considered in the educational process.

Tabl. 3. Fig. 23. Ref. 2.

УДК 539.3

Баженов В.А., Шишов О.В. **Применение информационных технологий для контроля знаний** // Сопрогивление материалов и теория сооружений: научно-тех. сборн. - К.: КНУСА, 2018. - Вып. 101. - С. 67-82.

Рассматривается использование в учебном процессе специализированного программного обеспечения, разработанного преподавателями кафедры строительной механики Киевского национального университета строительства и архитектуры (Украина).

Табл. 3. Ил. 23. Библиогр. 2 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): професор, доктор технічних наук, завідувач кафедри будівельної механіки КНУБА Баженов Віктор Андрійович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки, Баженов Віктор Андрійович.

Робочий тел.: +38(044) 245-55-55;

Мобільний тел.: +38(050) 351-66-21.

E-mail: vikabazh@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5802-9848>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри будівельної механіки КНУБА Шишов Олег Володимирович

Адреса робоча: 03680, м. Київ, Повітрофлотський пр. 31, КНУБА, Шишову О.В.

Робочий тел.: +38(044) 241-5549

Мобільний тел.: +38(066) 785-54-19

E-mail: shishovov@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9927-6856>

УДК 539.3

ДОСЛІДЖЕННЯ СЕЙСМІЧНОЇ ХВИЛЬОВОЇ РЕАКЦІЇ ПРОСТОРОВОЇ КОНСТРУКЦІЇ

О.О. Лук'янченко,
канд. техн. наук

О.В. Костіна,
канд. техн. наук

О.В. Геращенко,
канд. техн. наук

*Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680; e-mail: lukianch0907@meta.ua*

DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2018.101.83-102>

Досліджена сейсмічна хвильова реакція просторової конструкції за допомогою теорій і методів нелінійної механіки, скінчених елементів, рухомих хвиль та вейвлет-аналізу. Виконано імовірнісне моделювання прискорення сейсмічного впливу на основі статистичного підходу Руїза і Пензієна. Враховано вплив горизонтального переміщення сейсмічної хвилі в ґрунті у вигляді поперечних згинальних рухомих хвиль в елементах конструкції. Побудовані математичні моделі нестационарних стохастичних коливань конструкції без і з урахуванням поверхневого тиску у вигляді систем диференціальних рівнянь другого порядку в узагальнених координатах. Оцінено вплив урахування рухомих хвиль на статичну і динамічну поведінку конструкції. Виконано вейвлет-аналіз реалізацій сейсмічного впливу та відгуків конструкції із застосуванням дискретних ортогональних (Добеші4) і неперервних неортогональних (Морле) одномірних комплексних вейвлет-функцій. Візуалізація декомпозиції отриманих випадкових реалізацій подана у вигляді вейвлет-спектрограм та Фур'є-образів. Оцінена доцільність урахування поперечних згинальних рухомих хвиль в елементах конструкції при дослідженні її сейсмічної поведінки.

Ключові слова: сейсмічний вплив, стохастична поведінка, метод скінчених елементів, нелінійна механіка, теорія рухомих хвиль, вейвлет-аналіз, просторова конструкція.

Вступ. Важливість задачі сейсмостійкості споруд обумовлена катастрофічними наслідками сильних землетрусів у густонаселених містах і районах. Тому вимоги до проектування споруд із забезпеченням їх сейсмостійкості залишаються актуальними [1-11]. Н. Ньюмарк і Е. Розенблюет писали [1]: „Землетруси систематично виявляють помилки, які були зроблені при проектуванні і будівництві, – навіть самі незначні помилки; це особливість сейсмостійкого будівництва підкреслює труднощі і притягальні сторони розв'язання його проблем, а також їх загальноосвітнє значення, що виходить за межі безпосереднього застосування результатів досліджень”.

В нормативних вітчизняних документах [3, 4] за основні приймаються спектральний метод та метод прямого чисельного інтегрування диференціальних рівнянь руху. Спектральний метод, на думку дослідників [1, 2, 6, 8, 11], має суперечливі допущення і емпіричні коефіцієнти, які не відповідають дійсності, особливо, для найбільш сейсмічно небезпечних слабких ґрунтів. Тому вважається, що в основу розрахунків споруд на сейсмостійкість разом з нормуванням амплітуд прискорень ґрунту, як міри

інтенсивності землетрусу, слід ввести нормування амплітуд його пружного переміщення і швидкості.

Дослідження сейсмічної хвильової реакції просторової конструкції, яке представлено в даній статті, є продовженням аналізу впливу урахування рухомої хвилі на несучу спроможність висотної споруди, яке виконано і представлено авторами в статті [11]. Просторова конструкція подається у вигляді чотирьох вертикальних пружних колон висотою 3 м з жорстко закріпленими нижніми кінцями у ґрунті, на які спирається квадратна плита 6×6 м товщиною 0,2 м. Конструкція виготовлена з бетону. На плиту діє рівномірно-розподілене поверхневе навантаження. Сейсмічний вплив подається у вигляді випадкових реалізацій прискорень ґрунту, які отримано за допомогою статистичного підходу Руїза та Пензієна [11], в місяцях кріплення колон до фундаменту вздовж однієї осі. Врахована хвильова реакція конструкції на горизонтальне сейсмічне переміщення ґрунту у вигляді початкових поперечних згинальних недосконаlostей форм чотирьох колон вздовж дії сейсмічного впливу. Моделювання нестационарної стохастичної поведінки просторової конструкції при сейсмічному впливі засновано на теорії і методах нелінійної механіки, скінченних елементів, рухомих хвиль і вейвлет-аналізу з використанням процедур сучасних обчислювальних комплексів NASTRAN [12], Mathcad і Developer Studio [13]. Математична модель подається у вигляді системи незв'язаних диференціальних рівнянь другого порядку в узагальнених координатах з багатьма степенями вільності.

Виконано статичний і динамічний розрахунок конструкції за допомогою методу прямого чисельного інтегрування Рунге-Кутта четвертого порядку з урахуванням відповідних власних форм коливань, отримано реакції просторової конструкції у вигляді випадкових реалізацій переміщень, швидкостей і прискорень. Вейвлет-перетворення отриманих реалізацій виконано за допомогою дискретних ортогональних (Добеши4) і неперервних неортогональних (Морле) одномірних комплексних вейвлет-функцій. На основі вейвлет-спектрограм та Фур'є-образів реалізацій сейсмічного впливу і сейсмічних реакцій конструкції проаналізовано локалізацію їх максимальних значень в частотно-часовому просторі. Надано рекомендації до застосування методу суперпозиції форм для отримання сумарних максимальних реакцій конструкції. Оцінено вплив урахування рухомих хвиль в колонах просторової конструкції та поверхневого тиску на її статичні і динамічні характеристики.

1. Формування математичної моделі стохастичних коливань просторової конструкції при сейсмічному впливі з урахуванням рухомих хвиль

Математичне моделювання сейсмічної поведінки просторової конструкції засновано на методах скінченноелементного аналізу, нелінійної механіки і теорії рухомих хвиль із застосуванням сучасного обчислювального комплексу NASTRAN [12]. Математична модель формується на основі принципу Даламбера-Лагранжа у вигляді системи незв'язаних диференціальних рівнянь другого порядку в узагальнених координатах з багатьма степенями вільності

$$\ddot{y}_i(t) + 2\xi_i\omega_i\dot{y}_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) = \bar{a}_{gfi}(t), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

де $y_i(t)$ – узагальнена координата, ω_i – власні частоти коливань, ξ_i – коефіцієнт демпфірування, $\bar{a}_{gfi}(t)$ – прискорення ґрунту на рівні фундаменту, n – кількість утриманих в розрахунках степенів вільності конструкції.

Частоти власних коливань просторової конструкції ω_i визначено за допомогою методу Ланцоша при розв'язанні задачі на власні значення (*Modes*), яка записується у вигляді

$$(K - \omega_i^2 M)\bar{\varphi}_i = 0. \quad (2)$$

Тут M, K – відповідно матриця мас та жорсткості конструкції; $\bar{\varphi}_i$ – система векторів власних форм коливань, яка є ортогональною

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}_j^T M \bar{\varphi}_i &= 0, \\ \bar{\varphi}_j^T K \bar{\varphi}_i &= 0. \end{aligned} \quad (i \neq j). \quad (3)$$

В систему рівнянь (1) входять елементи узагальнених матриць мас, жорсткості і демпфірування, які обчислені за формулами

$$\begin{aligned} M^* &= \Phi^T M \Phi = E = \text{diag}(1, 1, \dots, 1), \\ C^* &= \Phi^T C \Phi = \text{diag}(2\varepsilon_1\omega_1, 2\varepsilon_2\omega_2, \dots, 2\varepsilon_i\omega_i, \dots, 2\varepsilon_n\omega_n), \\ K^* &= \Phi^T K \Phi = \text{diag}(\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_i^2, \dots, \omega_n^2). \end{aligned} \quad (4)$$

На думку авторів важливо оцінити вплив розрахункового поверхневого тиску на динамічні характеристики просторової конструкції при сейсмічному навантаженні. В цьому випадку система рівнянь випадкових коливань конструкції (1) набуде вигляду

$$\ddot{y}_i(t) + 2\xi\tilde{\omega}_i\dot{y}_i(t) + \tilde{\omega}_i^2 y_i(t) = \bar{a}_{gfi}(t), \quad (5)$$

де $\tilde{\omega}_i$ – власні частоти коливань навантаженої системи, визначення яких виконано у два етапи. На першому етапі розв'язана нелінійна задача статички за допомогою модифікованого методу покрокового навантаження Ньютон-Рафсона (*Nonlinear Static*). Отримана приведена матриця жорсткості \tilde{K} , яка характеризує сили пружності і геометричні параметри конструкції. На другому етапі визначено власні частоти коливань навантаженої конструкції методом Ланцоша (*Param_Modes*) згідно виразу

$$(\tilde{K} - \tilde{\omega}_i^2 M)\bar{\varphi}_i = 0. \quad (6)$$

Прискорення ґрунту на рівні фундаменту $\bar{a}_{gfi}(t)$ визначено за допомогою статистичного підходу Руїза і Пензієна [1]. Сейсмічні хвилі поширюються в земній корі, наштовхуються на абсолютно тверду поверхню („скелю”), далі фільтруються м'яким шаром і досягають фундаменту конструкції. Вибіркова функція прискорення „скелі” подається як множення згладженої квазіобвідної функції на вибірккову функцію, що генерується як послідовність незалежних гаусівських ординат з тими самими середніми значеннями і дисперсіями. Фільтрація прискорення

„скелі” м'яким шаром гасить високочастотні компоненти і підсилює складові процесу поблизу власних частот просторової конструкції. Формули визначення випадкового прискорення ґрунту на рівні фундаменту $\bar{a}_{gi}(t)$ з конкретним математичним сподіванням його максимального значення наведено в [1]. В роботі максимальні прискорення ґрунту і максимальні горизонтальні переміщення прийнято відповідно до магнітуди сейсмічного впливу згідно рекомендацій [6] M7: $a=0,1g=0,981 \text{ м/с}^2$, $A=0,04 \text{ м}$; M8: $a=0,2g=1,962 \text{ м/с}^2$, $A=0,08 \text{ м}$; M9: $a=0,4g=3,924 \text{ м/с}^2$, $A=0,16 \text{ м}$. На рис. 1 представлена модель випадкової реалізації прискорення ґрунту магнітудою M8.

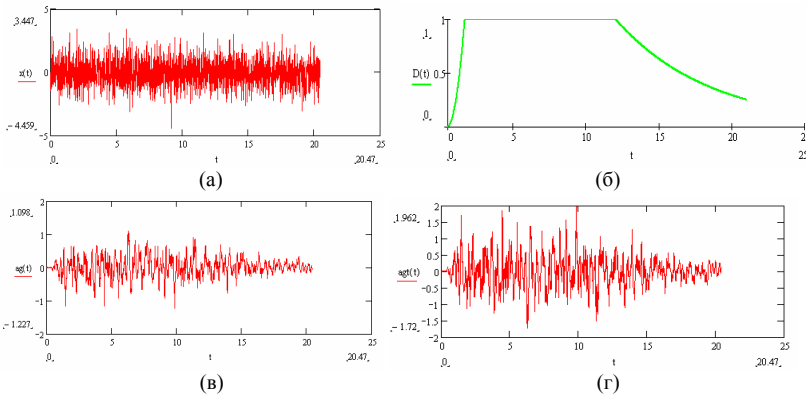


Рис. 1. Модель випадкової реалізації прискорення ґрунту(підхід Руїза і Пензіена): (а) – вибіркоча функція, (б)– квазіобвідна функція, (в) – випадкове прискорення ґрунту, (г) – прискорення ґрунту з заданою магнітудою M8

Хвильова реакція конструкції на горизонтальне переміщення ґрунту після початку землетрусу подається у вигляді поперечних згинальних хвиль вздовж чотирьох колон. Кожна хвиля задається синусоїдою з максимальною амплітудою сейсмічного горизонтального переміщення ґрунту $A(t)$, частотою рухомої хвилі $\tilde{\omega}$ і запізненням хвилі τ в колоні

$$x(t) = A(t) \sin \tilde{\omega}(t - \tau), \quad (7)$$

де $A(t)$ – амплітуда горизонтального переміщення ґрунту, $\tilde{\omega} = 2\pi / \tilde{T}$ – частота рухомої хвилі, $\tilde{T} = 2\pi \sqrt{A(t) / a(t)}$ – період поперечних згинальних коливань колони, $\tau = z / \tilde{v}(t)$ – запізнення рухомої хвилі, $\tilde{v}(t) = \sqrt{EI\tilde{\omega} / m}$ – швидкість хвилі, z – вертикальна координата колони, EI – згинальна жорсткість колони, m – погонна маса колони.

Поперечні згинальні хвилі моделюються у вигляді початкових горизонтальних відхилень усіх вузлів чотирьох колон просторової конструкції від вертикалі вздовж осі x , які співпадають з напрямом сейсмічного впливу, при $t = \tilde{T}$ [6].

2. Дослідження напружено-деформованого стану і стійкості просторової конструкції при дії поверхневого тиску

Просторова конструкція представлена у вигляді чотирьох вертикальних пружних колон висотою 3 м з жорстко закріпленими нижніми кінцями у ґрунт. Поперечний переріз колон прийнято $0,4 \times 0,4$ м, згинальна жорсткість та погона маса задані однорідними вздовж висоти. На колони спирається квадратна плита 6×6 м товщиною 0,2 м. Колони та плита виготовлені з бетону марки В30, який має такі механічні характеристики: $E = 30 \times 10^9$ Па, $G = 12,75 \times 10^9$ Па, $\mu = 0,167$ та $\gamma = 2,4 \times 10^3$ кг/м³.

Математична модель конструкції (рис. 2) побудована із застосуванням методу скінченних елементів, який реалізовано у програмному комплексі NASTRAN [12]. Кожна колона представлена у вигляді 10 стержневих скінченних елементів, плита – 400 плоских квадратних скінченних елементів. Усі елементи мають шість степенів вільності у вузлі. Модель містить 481 вузол і 440 скінченних елементів.

На плиту прикладене рівномірне розподілене навантаження, що виникає від постійно і короткотривалих статичних сил. Згідно нормативних документів [3, 4] прийнято розрахункове значення цього навантаження $q = 10$ кПа. Сейсмічний вплив (рис. 2) зображено чотирма векторами, які прикладені до закріплених вузлів чотирьох колон (№1-4) вздовж осі x .

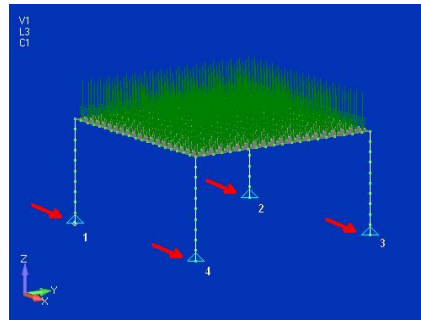


Рис. 2. Скінченноелементна модель просторової конструкції

2.1. Статична поведінка конструкції при дії поверхневого тиску

Вплив поверхневого тиску на напружено-деформований стан конструкції оцінено при розв'язанні нелінійної задачі статички (*Nonlinear Static*). Застосовано модифікований покроковий метод Ньютона-Рафсона, який реалізовано в програмі NASTRAN [12].

Досліджено криві навантаження і напружено-деформований стан конструкції без і з урахуванням рухомих хвиль в колонах від сейсмічного впливу різної магнітуди (M7, M8, M9) при дії розрахункового поверхневого тиску на плиту $q = 10$ кПа. Розрахунки показали, що поведінка конструкції при дії розрахункового поверхневого тиску без і з урахуванням рухомих хвиль однакова. Як приклад, на рис. 3 наведені криві навантаження верхнього вузла колони №1 (рис. 3 (а)) і центрального вузла плити (рис. 3 (б)) конструкції з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив магнітудою M8.

Бачимо, що криві навантаження верхнього вузла колони №1 і центрального вузла плити (рис. 3) квазілінійні.

На рис. 4 представлені ізополя деформацій (рис. 4 (а)) і еквівалентних напружень (рис. 4 (б)) в елементах моделі просторової конструкції з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив (M8).

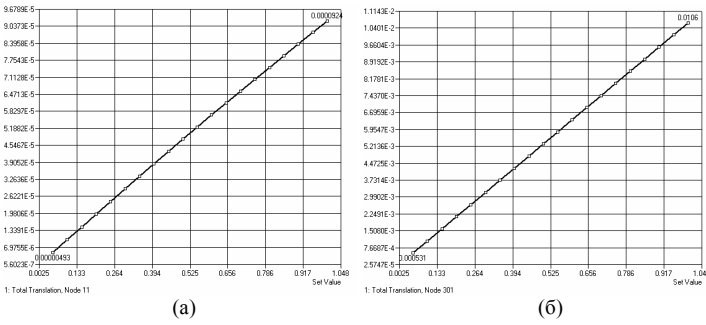


Рис. 3. Криві навантаження конструкції при $q = 10 \text{ кПа}$ з урахування хвильової реакції (M8): (а) – верхній вузол колони, (б) – центральний вузол плити

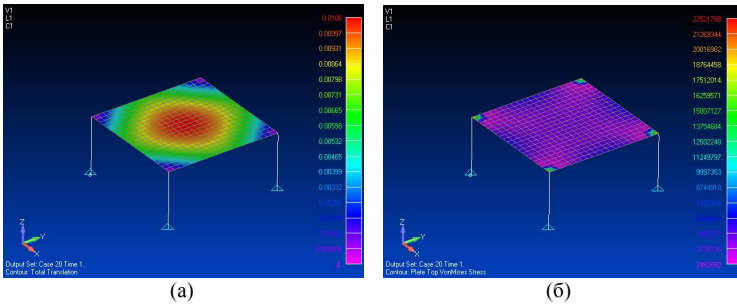


Рис. 4. Стан конструкції з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив (M8) при дії поверхневого тиску $q = 10 \text{ кПа}$: (а) – деформація, (б) – напруження

Максимально переміщується вздовж осі z центральний вузол плити (10,6 мм). Максимальні еквівалентні напруження (22,5 МПа) бачимо в місцях кріплення плити до колон.

Значення лінійних і кутових переміщень верхнього вузла колони №1 і центрального вузла плити моделі без і з урахуванням рухомих хвиль при дії розрахункового поверхневого тиску $q = 10 \text{ кПа}$ наведено в табл. 1.

Таблиця 1
Переміщення вузлів просторової конструкції при дії поверхневого тиску $q = 10 \text{ кПа}$

Статичні характеристики	0*	M7	M8	M9
Верхній вузол колони №1				
Переміщення вздовж осі x , мм	0,0207	0,0234	0,0698	0,1490
Переміщення вздовж осі y , мм	0,0207	0,0207	0,0207	0,0208
Переміщення вздовж осі z , мм	0,0562	0,0564	0,0569	0,0591
Кут повороту навколо осі x , рад	0,00044	0,00044	0,00044	0,00044
Кут повороту навколо осі y , рад	0,00043	0,00042	0,00040	0,00037
Кут повороту навколо осі z , рад	0	0,00001	0,00002	0,00003
Вузол в центрі плити				
Переміщення вздовж осі x , мм	0	0,0441	0,0905	0,170
Переміщення вздовж осі y , мм	0	0	0	0
Переміщення вздовж осі z , мм	10,6	10,6	10,6	10,7

Продовження табл. 1

Кут повороту навколо осі x , рад	0	0	0	0
Кут повороту навколо осі y , рад	0	0	0	0
Кут повороту навколо осі z , рад	0	0	0	0

0* – без урахування хвильової реакції

Врахування хвильової реакції на сейсмічний вплив викликає і збільшує лінійне переміщення центрального вузла плити вздовж осі x і майже не змінює переміщення вздовж осі z . При збільшенні магнітуди сейсмічного впливу значно збільшує лінійні переміщення верхнього вузла колони №1 вздовж осі x і виникає кутове переміщення цього вузла навколо осі z . В табл. 3 наведено статичні характеристики чотирьох колон конструкції (згинальні моменти і перерізуючі сили в місцях жорсткого кріплення та максимальні повздовжні сили в колонах) при дії поверхневого тиску на плиту $q = 10 \text{ кПа}$.

2.2. Стійкість конструкції при дії поверхневого тиску

Розв'язана задача стійкості конструкції за допомогою методу Ланцоша (*Buckling*), який реалізовано в програмному комплексі NASTRAN [12]. Визначені критичні значення поверхневого тиску та відповідні форми втрати стійкості конструкції без і з урахуванням рухомих хвиль. На рис. 5 представлені форми втрати стійкості конструкції без урахування рухомих хвиль при дії поверхневого тиску.

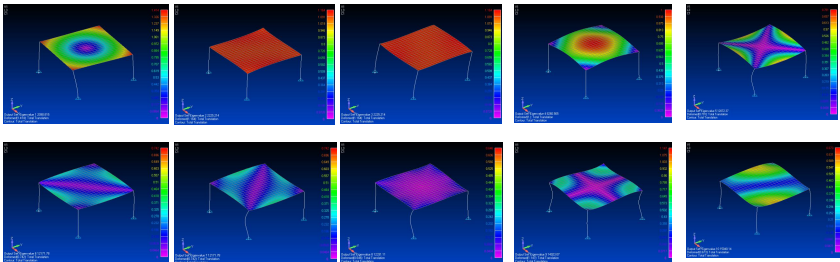


Рис. 5. Перші десять форм втрати стійкості конструкції при дії поверхневого тиску без урахування хвильової реакції (*Buckling*)

Бачимо, що друга та третя форми втрати стійкості не містять деформацію плити. По інших формах втрати стійкості спостерігаються деформації як плити так і колон.

Досліджена стійкість конструкції з урахуванням рухомих хвиль в колонах при дії поверхневого тиску на плиту. Як приклад, на рис. 6 представлені форми втрати стійкості конструкції з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив магнітудою M8.

Видно, що перші чотири форми втрати стійкості (рис. 5 і 6) майже не відрізняються, на відміну від інших форм. В табл. 2 наведено критичні значення поверхневого тиску для просторової конструкції без і з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив різної магнітуди.

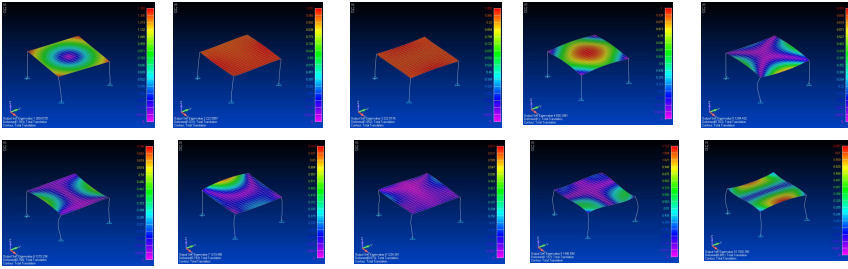


Рис. 6. Перші десять форм втрати стійкості конструкції (*Buckling*) з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив магнітудою M8

Таблиця 2

Критичні значення поверхневого тиску ($\kappa\Pi a$)

№	0*	M7	M8	M9
1	2090,85	2090,83	2090,73	2090,20
2	2225,21	2225,09	2225,06	2223,76
3	2225,21	2225,21	2225,18	2225,02
4	8260,57	8262,65	8262,96	8275,41
5	12072,82	12063,31	12044,32	11989,30
6	12171,78	12166,01	12153,36	12108,93
7	12171,78	12176,67	12194,05	12219,76
8	12331,11	12332,84	12343,81	12359,88
9	14923,07	14917,69	14905,94	14863,87
10	15040,14	15037,23	15023,56	14974,71

0* – без урахування хвильової реакції

Бачимо, що критичні значення поверхневого тиску незначно зменшуються ($\leq 0,52\%$) зі збільшенням магнітуди сейсмічного впливу для всіх форм втрати стійкості крім четвертої, сьомої та восьмої форм, які збільшуються.

З метою перевірки критичних значень навантажень, що отримані в лінійній постановці, визначені граничні значення поверхневого тиску при розв'язанні нелінійної задачі статки (*Nonlinear Static*). Досліджено криві навантаження верхнього вузла колони №1 та центрального вузла плити при поверхневому тиску на плиту $q=2200 \kappa\Pi a$ конструкції без урахування рухомих хвиль в колонах. Граничне значення поверхневого тиску для такої конструкції склало $\tilde{q}=0,852*2200=1874 \kappa\Pi a$, коефіцієнт запасу стійкості – 187,4. Визначено граничні значення поверхневого тиску і досліджено напружено-деформований стан конструкції з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив різної магнітуди (M7, M8, M9). Як приклад, на рис. 7 представлені криві навантаження верхнього вузла колони №1 (рис. 7 (а)) та центрального вузла плити (рис. 7 (б)) при поверхневому тиску на плиту $q=2200 \kappa\Pi a$ з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив (M8).

Бачимо, що граничне значення поверхневого тиску склало $\tilde{q}=0,567*2200=1247 \kappa\Pi a$. Поведінка вузлів колони і плити нелінійна.

Коефіцієнт запасу стійкості конструкції складає $1247/10=124,7$. На рис. 8 наведені ізополя деформацій (рис. 8 (а)) і еквівалентних напружень (рис. 8 (б)) в елементах конструкції в граничному стані.

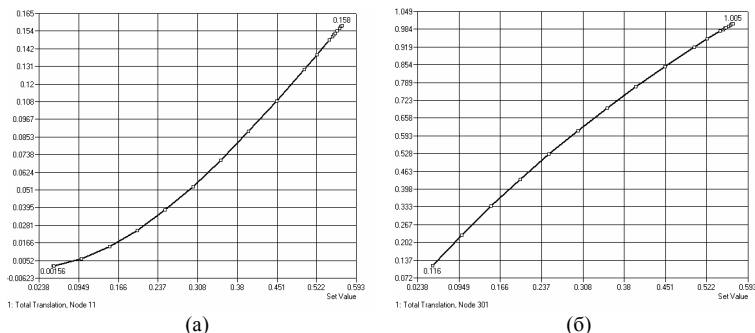


Рис. 7. Криві навантаження конструкції при $q=2200 \text{ кПа}$ з урахуванням хвильової реакції (M8): (а) – верхній вузол колони, (б) – центральний вузол плити

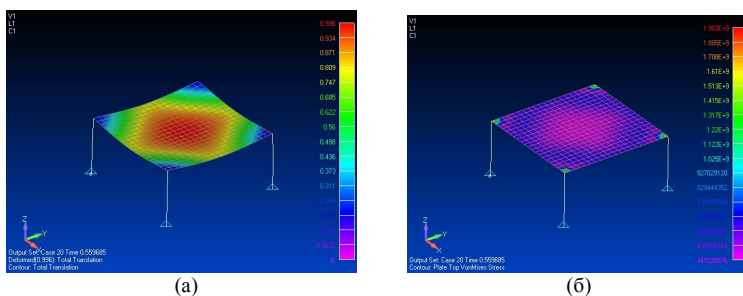


Рис. 8. Стан конструкції при дії поверхневого тиску $\tilde{q}=1247 \text{ кПа}$ з урахуванням хвильової реакції (M8): (а) – деформації, (б) – напруження

Граничні значення поверхневого тиску на конструкцію з хвильовою реакцією на сейсмічний вплив магнітудою M7 і M9 відповідно склали $\tilde{q}=0,579*2200=1274 \text{ кПа}$, $\tilde{q}=0,556*2200=1223 \text{ кПа}$; коефіцієнти запасу стійкості склали 127,4 і 122,3.

Таким чином, дослідження стійкості конструкції в нелінійній постановці (*Nonlinear Static*) показало, що стійкість конструкції зменшується більше ніж на 30% за рахунок урахування рухомих хвиль в колонах. Перші критичні значення навантаження, що отримані при розв'язанні лінійної задачі стійкості (*Buckling*) (табл. 2), більші за граничні значення поверхневого тиску, які отримані при розв'язанні нелінійної задачі статичної (*Nonlinear Static*). Це свідчить про необхідність урахування нелінійної поведінки конструкції в дослідженнях її напружено-деформованого стану та стійкості при дії поверхневого тиску зі значенням більшим за розрахункове 10 кПа .

В табл. 3 наведено статичні характеристики чотирьох колон конструкції при дії поверхневого тиску: згинальні моменти і перерізуючі сили в місцях жорсткого кріплення до фундаменту та максимальні повздовжні сили в колонах.

Таблиця 3

Статичні характеристики колон конструкції при дії поверхневого тиску

Характеристики	0*				M7			
	1	2	3	4	1	2	3	4
Згинальний момент, $\kappa\text{Нм}$	<u>23.488</u> 3160,1	<u>23.488</u> 3177,3	<u>23.488</u> 3175,9	<u>23.488</u> 3159,6	<u>24.229</u> 1164,4	<u>24.229</u> 1164,4	<u>22.754</u> 1358,5	<u>22.754</u> 1358,5
Перерізуюча сила, $\kappa\text{Н}$	<u>-17.329</u> -695,95	<u>-17.329</u> -695,39	<u>17.329</u> 695,50	<u>17.329</u> 696,06	<u>-17.315</u> -848,86	<u>-17.315</u> -848,86	<u>17.315</u> 853,54	<u>17.315</u> 853,54
Повздовжня сила, $\kappa\text{Н}$	<u>90.0</u> 15955	<u>90.0</u> 15958	<u>90.0</u> 15958	<u>90.0</u> 15955	<u>89.957</u> 11095	<u>89.957</u> 11095	<u>90.072</u> 11109	<u>90.072</u> 11109
	M8				M9			
	1	2	3	4	1	2	3	4
Згинальний момент, $\kappa\text{Нм}$	<u>22.033</u> 1380,9	<u>22.033</u> 1380,9	<u>25.024</u> 999,66	<u>25.023</u> 999,61	<u>20.783</u> 1521,89	<u>20.783</u> 1521,89	<u>26.466</u> 821,90	<u>26.466</u> 821,96
Перерізуюча сила, $\kappa\text{Н}$	<u>-17.314</u> -849,56	<u>-17.314</u> -849,56	<u>17.314</u> 858,75	<u>17.314</u> 831,54	<u>-17.225</u> -831,54	<u>-17.225</u> -831,54	<u>17.226</u> 847,75	<u>17.226</u> 847,75
Повздовжня сила, $\kappa\text{Н}$	<u>89.895</u> 10861	<u>89.895</u> 10861	<u>90.134</u> 10889	<u>90.134</u> 10889	<u>89.885</u> 10653	<u>89.885</u> 10653	<u>90.329</u> 10704	<u>90.329</u> 10704

0* – без урахування хвильової реакції,

** – з урахуванням рухомої хвилі при $q = 10 \kappa\text{Па}$

*** – з урахуванням рухомої хвилі в граничному стані

Видно, що в граничному стані як і при дії тиску $10 \kappa\text{Па}$, урахування хвильової реакції значно впливає на згинальні моменти в місцях кріплення колон до фундаменту. Різниця значень згинальних моментів зростає зі збільшенням магнітуди сейсмічного впливу і є небезпечною, бо викликає нерівномірну деформацію усєї конструкції.

3. Дослідження динамічної поведінки просторової конструкції

3.1. Модальний аналіз конструкції

Модальний аналіз просторової конструкції без урахування навантаження виконано за допомогою методу Ланцоша (*Modes*) згідно виразу (2). Власні форми коливань конструкції без урахування хвильової реакції на сейсмічний вплив представлені на рис. 9.

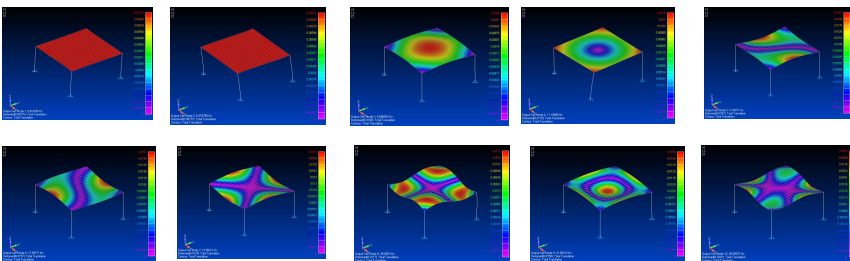


Рис. 9. Перші десять власних форм коливань конструкції без урахування рухомої хвилі

Спостерігаються як симетричні, так і косиметричні форми втрати стійкості конструкції. Виконано модальний аналіз ненавантаженої конструкції з урахуванням рухомих хвиль в чотирьох колонах. Як приклад, на рис. 10 наведені власні форми коливань конструкції з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив магнітудою M8.

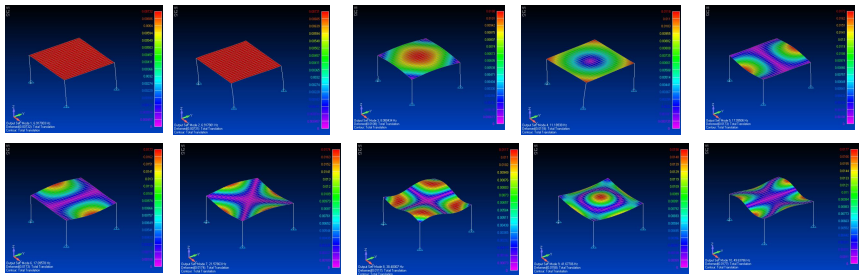


Рис. 10. Перші десять власних форм коливань конструкції з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив (M8)

На рис. 9 та 10 спостерігаються відмінності в п'ятій, шостій та десятій власних формах коливань конструкції.

Модальний аналіз конструкції, яка навантажена поверхневим тиском 10 кПа з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив різної магнітуди (M7, M8, M9) виконано у два етапи. Спочатку виконано нелінійний статичний аналіз конструкції методом Ньютона-Рафсона (*Nonlinear Static*), а потім за допомогою методу Ланцоша розв'язана задача на власні значення (*Param Modes*) згідно формули (6).

Значення перших десяти власних частот коливань конструкції без і з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив різної магнітуди, представлені в табл. 4.

Таблиця 4

Власні частоти коливань конструкції, Гц

№	0*	M7	M8	M9
1	6,9188	<u>6,9178</u> 6,9089	<u>6,9170</u> 6,9081	<u>6,9097</u> 6,9009
2	6,9188	<u>6,9182</u> 6,9093	<u>6,9178</u> 6,9089	<u>6,9134</u> 6,9045
3	8,0806	<u>8,0797</u> 8,0891	<u>8,0804</u> 8,0898	<u>8,0751</u> 8,0845
4	11,1910	<u>11,1900</u> 11,2018	<u>11,1894</u> 11,2011	<u>11,1825</u> 11,1942
5	17,0977	<u>17,0948</u> 17,1677	<u>17,0951</u> 17,1679	<u>17,0750</u> 17,1480
6	17,0977	<u>17,0959</u> 17,1688	<u>17,0958</u> 17,1687	<u>17,0835</u> 17,1564
7	21,5821	<u>21,5787</u> 21,8039	<u>21,5786</u> 21,8037	<u>21,5569</u> 21,7819
8	38,4053	<u>38,4002</u> 38,6702	<u>38,4001</u> 38,6698	<u>38,3841</u> 38,6338
9	41,6831	<u>41,6771</u> 41,1901	<u>41,6771</u> 42,1899	<u>41,6368</u> 42,1495
10	49,6504	<u>49,6379</u> 50,4494	<u>49,6379</u> 50,4488	<u>49,5563</u> 50,3676

0* – без урахування хвильової реакції,

** – без навантаження з урахуванням рухомої хвилі

*** – при $q = 10 \text{ кПа}$ з урахуванням рухомої хвилі

Бачимо, що урахування хвильової реакції майже не впливає на власні частоти коливань ненавантаженої і навантаженої поверхневим тиском конструкції ($\leq 0,48\%$).

3.2. Дослідження сейсмічних відгуків просторової конструкції

Досліджено нестационарні стохастичні коливання просторової конструкції з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив різної магнітуди (M7, M8, M9), які подані у вигляді десяти незв'язаних диференціальних рівнянь руху другого порядку в узагальнених координатах (1) та у вигляді (5) для конструкції, яка навантажена поверхневим тиском $q=10 \text{ кПа}$. Коефіцієнт демпфірування приймався рівним $\xi = 0,02$. За допомогою прямого методу чисельного інтегрування Рунге-Кутти четвертого порядку отримано розв'язки диференціальних рівнянь у вигляді узагальнених переміщень, узагальнених швидкостей та узагальнених прискорень. З урахуванням відповідних власних форм коливань конструкції визначено прискорення, швидкості та переміщення вузлів моделі конструкції вздовж осі дії сейсмічного навантаження (осі x).

Як приклад, на рис. 11 та 12 представлені реалізації відгуків верхнього вузла колони №1 з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив магнітудою M8 відповідно по першій та четвертій власних формах коливань ненавантаженої конструкції. Окреме представлення відгуків дало змогу за допомогою вейвлетів-аналізу їх реалізацій в частотно-часовому просторі оцінити безпомилковість застосування методу суперпозиції форм для отримання сумарних відгуків конструкції.

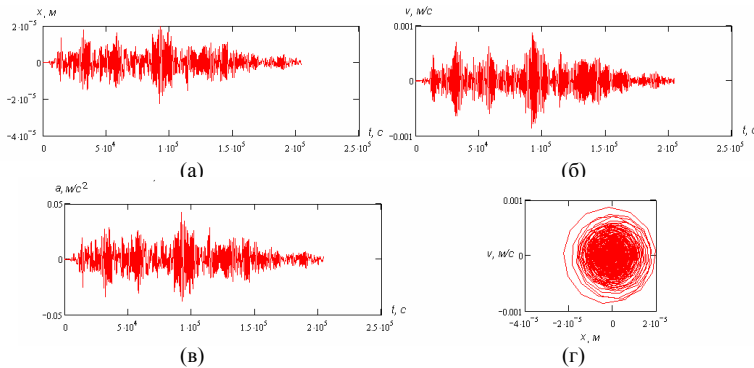


Рис. 11. Реакції верхнього вузла колони №1 по першій власній формі коливань з урахуванням рухомої хвилі (M8): переміщення (а), швидкість (б), прискорення (в), фазова траєкторія (г)

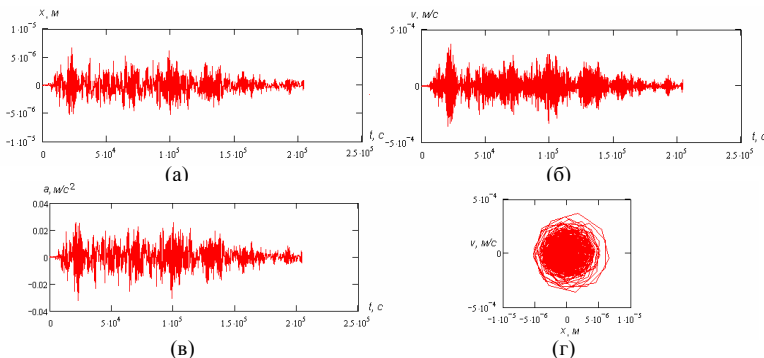


Рис. 12. Відгуки верхнього вузла колони №1 по четвертій власній формі коливань з урахуванням рухомої хвилі (M8): переміщення (а), швидкість (б), прискорення (в), фазова траєкторія (г)

В табл. 5 наведені результати динамічного розрахунку конструкції: максимальні значення прискорень, швидкостей і переміщень верхнього вузла колони №1 вздовж осі x .

Таблиця 5

Динамічні характеристики верхнього вузла колони №1
при сейсмічному впливі

Динамічні характеристики	M7			M8			M9		
	0*	-P	+P	0*	-P	+P	0*	-P	+P
Прискорення, m/c^2	0,037	0,037	0,037	0,075	0,075	0,075	0,149	0,150	0,151
Швидкість, $10^{-3} m/c$	0,619	0,623	0,626	1,240	1,246	1,253	2,480	2,496	2,509
Переміщення вздовж осі x , мм	0,0144	0,0145	0,0146	0,0288	0,0290	0,0292	0,0577	0,0582	0,0585

0* – без урахування хвильової реакції конструкції на сейсмічний вплив

-P/+P – відповідно без і з урахуванням в динамічному розрахунку поверхневого тиску

Видно, що збільшення магнітуди сейсмічного впливу збільшує динамічні характеристики вузла колони. Але моделювання поперечної згинальної хвильової реакції зовсім не впливає на значення максимального прискорення при сейсмічних впливах M7 та M8 і незначно збільшує – при M9 (1,3%). Максимальні значення швидкості і горизонтального переміщення вздовж осі x верхнього вузла колони №1 при урахуванні рухомої хвилі ненавантаженої і навантаженої конструкції збільшились лише на 1,2% та 1,4% відповідно.

4. Вейвлет-аналіз сейсмічного впливу та сейсмічних реакцій просторової конструкції

В статті виконано декомпозиція сейсмічного впливу і відгуків просторової конструкції на сейсмічне навантаження в частотно-часовому просторі за допомогою діадного дискретного вейвлет-перетворення (DWT) в системі Mathcad [13] вейвлетом Добеши4 четвертого порядку функціями прямого перетворення [9]. Значення параметрів a і b задаються у вигляді степеневих функцій

$$a = 2^m, \quad b = k \cdot 2^m, \quad \psi_{mk} = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) = \frac{1}{\sqrt{2^m}} \psi(2^{-m}t - k), \quad (8)$$

де m і k – параметр масштабу і зсуву відповідно (цілі числа).

Базис в дискретному представлені набуває вигляду

$$\psi_{mk} = |a|^{-m/2} \psi(a^{-m}t - k). \quad (9)$$

Вейвлет-коефіцієнти прямого перетворення мають вид

$$C_{mk} = \int_{-\infty}^{+\infty} S(t) \Psi_{mk}(t) dt, \quad (10)$$

де $S(t)$ – реалізація сейсмічного впливу.

Візуалізація вейвлет-спектрограм подана у вигляді площини ab з локалізацією екстремумів вейвлет-коефіцієнтів, поверхні в трьохвимірному просторі.

В статті також виконано вейвлет-перетворення реалізацій сейсмічного впливу та відгуків конструкції за допомогою неперервних неортогональних одномірних комплексних вейвлет-функцій в системі Developer Studio, які подаються у вигляді

$$W(a, b) = (S(t), \psi_{ab}(t)) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} S(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (11)$$

де C_ψ – нормуючий коефіцієнт.

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(\omega)|^2 |\omega|^{-1} d\omega < \infty, \quad (12)$$

$\psi(\omega)$ – Фур'є-перетворення вейвлета $\psi(t)$.

Візуалізація неперервних вейвлет-перетворень реалізацій сейсмічного впливу і відгуків конструкції представлено у вигляді Фур'є-образів в осях „період коливань – вейвлет-коефіцієнт прямого перетворення”.

На рис. 13, як приклад, представлена вейвлет-спектрограма реалізації прискорення сейсмічного впливу магнітудою M8 та її Фур'є-образ.

На рис. 14 та 15 представлені результати вейвлет-перетворення реалізацій прискорення, швидкості і переміщення (рис. 12, 13) верхнього вузла колони №1 вздовж дії сейсмічного впливу (осі x) по першій та четвертій власних формах коливань відповідно у вигляді вейвлет-спектрограм на площині і в просторі.

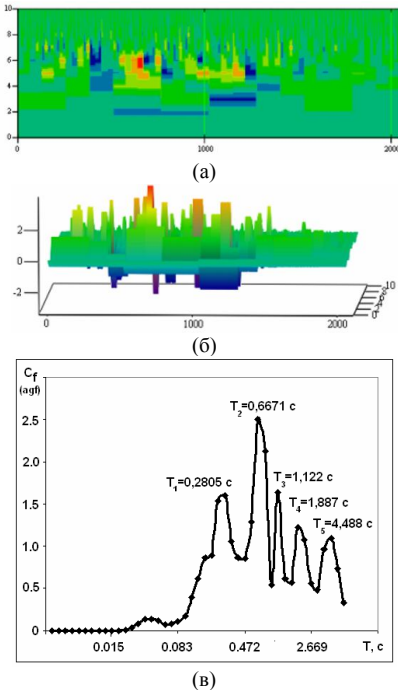


Рис. 13. Вейвлет-спектрограма реалізації прискорення ґрунту (M8) у вигляді площини (а), поверхні (б) та Фур'є-образу (в)

Бачимо, що локалізація в часі піків максимальних значень вейвлет-коефіцієнтів динамічних характеристик верхнього вузла колони №1 по першій власній формі коливань (рис. 14) збігається. По четвертій формі пік максимальних прискорень (рис. 15 (а)) співпадає з відповідним піком по першій формі (рис. 14 (а)). Піки максимальної швидкості і максимального переміщення (рис. 15 (б), (в)) по четвертій формі локалізовані однаково в часі, але не співпадають з локалізацією в часі по першій формі (рис. 14 (б), (в)). Це свідчить про те, що в методі суперпозиції форм для отримання сумарної швидкості та сумарного горизонтального переміщення треба врахувати їх неспівпадіння локалізації в часі.

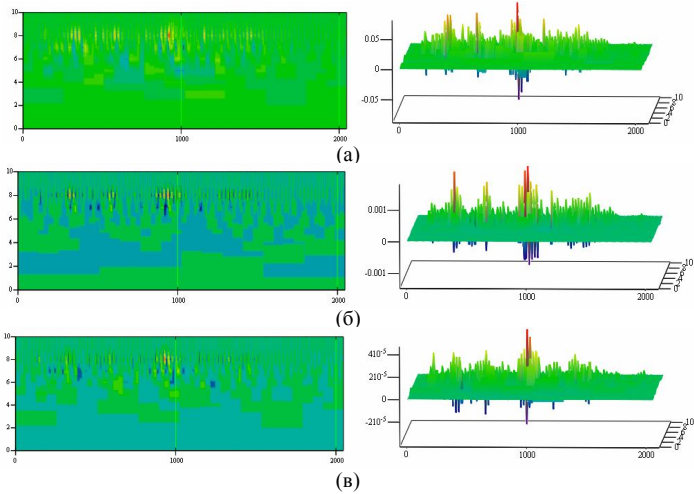


Рис. 14. Вейвлет-спектрограми реалізацій прискорення (а), швидкості (б), переміщення (в) верхнього вузла колони №1 (M8) по першій власній формі коливань

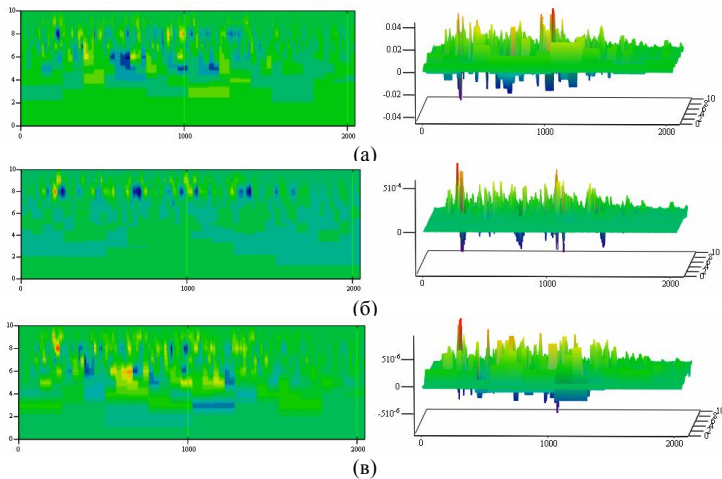


Рис. 15. Вейвлет-спектрограми реалізацій прискорення (а), швидкості (б), переміщення (в) верхнього вузла колони №1 (M8) по четвертій власній формі коливань

Для оцінки локалізації по частоті піків сейсмічних відгуків конструкції, які представлені на рис. 14 та 15, побудовані їх Фур'є-образи в осях „період коливань – вейвлет-коефіцієнт прямого перетворення” (рис. 16).

Бачимо, що максимальні значення динамічних характеристик верхнього вузла колони №1 спостерігаються відповідно по першій (рис. 16 (1а), (2а), (3а)) та четвертій (рис. 16 (1б), (2б), (3б)) власних формах коливань з урахуванням демпфірування. Інші піки збігаються з частотами сейсмічного впливу, Фур'є-образ якого зображено на рис. 13 (в).

Результати статичного і динамічного розрахунків просторової конструкції, на прикладі горизонтального переміщення верхнього вузла колони №1 вздовж осі x , зведено в табл. 6.

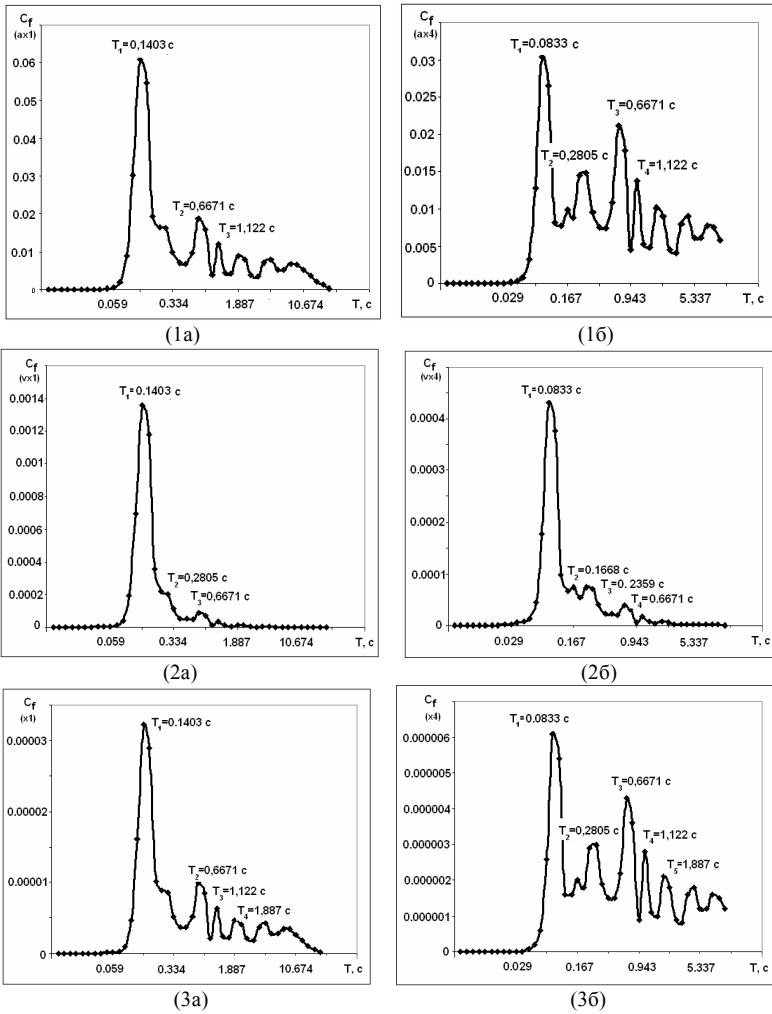


Рис. 16. Фур’є-образи реалізацій прискорення (1), швидкості (2), переміщення (3) верхнього вузла колони №1 при сейсмічному впливі (М8) по першій (а) та четвертій (б) власних формах коливань

Таблиця 6

Горизонтальні переміщення верхнього вузла колони №1 вздовж осі x

Переміщення вздовж осі x, мм	М7			М8			М9		
	0*	-P	+P	0*	-P	+P	0*	-P	+P
Статичні	0,0846	0,1227	0,1227	0,0846	0,1627	0,1627	0,0846	0,2313	0,2313
Динамічні	0,0144	0,0145	0,0146	0,0288	0,0290	0,0292	0,0577	0,0582	0,0585
Сумарні	0,0990	0,1372	0,1373	0,1134	0,1917	0,1919	0,1423	0,2895	0,2898

0* – без урахування хвильової реакції конструкції на сейсмічний вплив

-P/+P – відповідно без і з урахуванням поверхневого навантаження в динамічному розрахунку

Видно, що сумарне максимальне горизонтальне переміщення верхнього вузла колони №1 вздовж осі x значно збільшується при врахуванні поперечної згинальної хвилі в розрахунках. Так, при магнітуді сейсмічного впливу M7, M8 і M9 сумарне сейсмічне переміщення збільшується відповідно на 39%, 70%, 103%.

Висновок. Моделювання поперечних згинальних рухомих хвиль в чотирьох колонах просторової конструкції вздовж дії сейсмічного впливу (осі x), яке виконано в статті при дослідженні її сейсмічних коливань, дало можливість оцінити вплив урахування горизонтального сейсмічного переміщення ґрунту на статичні і динамічні характеристики конструкції. Статичні розрахунки показали, що зі збільшенням магнітуди сейсмічного впливу при дії поверхневого тиску на плиту зменшується несуча спроможність конструкції. Рухомі хвилі значно впливають на згинальні моменти в місцях кріплення колон до фундаменту. Різниця значень згинальних моментів зростає зі збільшенням магнітуди сейсмічного впливу і є небезпечною, бо викликає нерівномірну деформацію усєї конструкції. Модальний аналіз конструкції без і з урахуванням рухомих хвиль в колонах та поверхневого тиску виявив незначну відмінність у власних формах і частотах коливань конструкції. Дослідження нестационарних стохастичних коливань конструкції без і з урахуванням дії поверхневого тиску на плиту показали, що моделювання рухомих хвиль в колонах мало вплинуло на динамічні характеристики конструкції. Вейвлет-аналіз реалізацій сейсмічного впливу і реакцій просторової конструкції дав можливість дослідити локалізацію максимальних значень в частотно-часовому просторі та відредагувати метод суперпозиції форм для отримання сумарних відгуків конструкції.

Таким чином, урахування хвильової реакції просторових одноповерхових конструкцій на горизонтальне сейсмічне переміщення ґрунту необхідно робити в статичних розрахунках, а динамічний розрахунок таких конструкцій може бути виконано спектральним методом без урахування рухомих хвиль.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Клаф Р., Пензиен Дж.* Динамика сооружений.– М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
2. *Августин Г., Баратта А., Качиати Ф.* Вероятностные методы в строительном проектировании. – М.: Стройиздат, 1988. – 584 с.
3. ДБН В.1.2-2:2006. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Навантаження і впливи. Норми проектування. – К.: Мінбуд України, 2007. – 60 с.
4. ДБН В.1.1-12:2014. Будівництво у сейсмічних районах України. – К.: Мінрегіон України, 2014. – IV. – 110 с.
5. *Баженов В.А., Дехтярюк Є.С.* Імовірнісні методи розрахунку конструкцій. Випадкові коливання пружних систем. – К.: КНУБА, 2005. – 420 с.
6. *Курзанов А.М.* Предложения по нормативному расчету сооружений на волновую сейсмическую нагрузку // Промышленное и гражданское строительство, 2010. –№ 9. – С. 54-55.
7. *Пашинський В.А.* Імовірнісні моделі для розрахунків надійності та нормування кліматичних навантажень і впливів на будівельні конструкції // Строительная механика и строительные конструкции: Сборник статей посвященный восьмидесятилетию А.В. Перельмутера. – М.: Издательство СКАД СОФТ, 2013. – С. 323-332.
8. *Немишинов Ю.І., Хавкін О.К., Мар'єнков М.Г.* та ін. Практичні питання динаміки будівель // Будівництво України, 2013. – №6. – С. 6-21.

9. *Добеши И.* Десять лекций по вейвлетам / пер. с англ. Е. Мищенко; под ред. А. Петухова. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 454 с.
10. *Лук'янченко О.О., Ворона Ю.В., Костіна О.В., Кузько О.В.* Wavelet analysis features to study stochastic behavior of complex casing construction // VIII Міжнародна Антарктична Конференція. Київ. –16-18 травня 2017 р. – Тези. – С. 186 -187.
11. *Лук'янченко О.О., Ворона Ю.В., Костіна О.В., Герашенко О.В.* Застосування вейвлет-аналізу до моделювання стохастичної поведінки пружних систем при сейсмічному впливі // Опір матеріалів і теорія споруд. – К: КНУБА, 2017. – Вип. 99. – С. 160 –180.
12. *Шимкович Д.Г.* Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. – М.: ДМК Пресс, 2001. – 448 с.
13. *Кирьянов Д.В.* Самоучитель Mathcad 13.– СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 528 с.

REFERENCES

1. *Clough R., Penzien J.* Dinamika sooruzheniy (Dynamics of structures). – М.: Stroyizdat, 1979. – 320 p. (rus)
2. *Augusti G., Baratta A., Kashiati F.* Veroyatnostnyie metodyi v stroitelnom proektirovanii (Probabilistic methods in building design). – М.: Stroyizdat, 1988. – 584 s. (rus)
3. DBN V.1.2-2:2006. Derzhavni budivelni normy Ukrainy. Systema zabezpechennia nadiinosti ta bezpeky budivelnikh ob'ektiv. Navantazhennia i vplyvy. Normy proektuvannia. (National Structural Rules and Regulations. The system of reliability and safety provision of constructional projects. Loads and effects. Design codes). – К.: Minbud Ukrainy, 2007. – 60 p.
4. DBN V.1.1-12:2014. Derzhavni budivelni normy Ukrainy. Budivnytstvo u seysmichnykh rayonakh Ukrainy (National Structural Rules and Regulations. Construction in the seismic regions of Ukraine) – К.: Minrehion Ukrainy, 2014. – IV. – 110 s. (ukr).
5. *Bazhenov V.A., Dekhtariuk Ie.S.* Imovirnisni metody rozrakhunku konstrukttsii. Vypadkovi kolyvannia pruzhnykh system (Probabilistic methods of structure analysis. Random oscillations of elastic systems). – К.: КНУБА, 2005. - 420 p. (ukr)
6. *Kurzanov A.M.* Predlozheniya po normativnomu raschetu sooruzheniy na volnovuyu seysmicheskuyu nagruzku (Proposals for the normative analysis of constructions under wave seismic loading) // Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitelstvo, 2010. – № 9. – S. 54-55. (rus).
7. *Pashynskiy V.A.* Imovirnisni modeli dlia rozrakhunkiv nadiinosti ta normuvannia klimatychnykh navantazhen i vplyviv na budivelni konstrukttsii // Stroytelnaia mekhanika y stroytelnye konstruksyy: Sbornyk statei posviashchennyi vosmydesiatyetyiu A.V. Perelmutera.[Probabilistic models for the reliability analysis and standardization of environmental loads and impacts on the constructions // Structural mechanics and constructions: A collection of articles dedicated to the A.V. Perelmuter 80 anniversary.] – М.: Yzdatelstvo SKAD SOFT, 2013. – 323-332 p. (ukr).
8. *Nemchynov Yu.I., Khavkin O.K., Mar"yankov M.H.* ta in. Praktichni pytannya dynamiky budivel (Practical issues of buildings dynamics) // Budivnytstvo Ukrainy, 2013. – #6. – S. 6-21. (ukr)
9. *Daubechies I.* Desyat' lektsiy po veyvletam (Ten Lectures on Wavelets). Izhevsk, NITs «Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika» publ., 2001, 454 p. (rus).
10. *Luk'yanchenko O.O., Vorona Yu.V., Kostina O.V., Kuz'ko O.V.* Wavelet analysis features to study stochastic behavior of complex casing construction // VIII International Antarctic Conf. Kyiv. 2017. – P. 186 -187.
11. *Lukianchenko O.O., Vorona Yu.V., Kostina O.V., Geraschenko O.V.* Zastosuvannya veyvlet-analizu do modelyuvannya stoxastychnoyi povedinky' pruzhnyx sy'stem pry' sejsmichnomu vplyvi – К: КНУБА, 2017. – Vyp. 99. – P. 160 –180.
12. *Shimkovich D.G.* Raschet konstrukttsiy v MSC/NASTRAN for Windows (Structural analysis in MSC/NASTRAN for Windows) - М.: ДМК Press, 2001.- 448 p. (rus)
13. *Kiryaynov D.V.* Samouchitel Mathcad 13 (Mathcad 13 self-tutorial).– SPb.: BHV-Peterburg, 2006. – 528 s.

Стаття надійшла 14.11.2018

Lukianchenko O.O., Kostina O.V., Geraschenko O.V.

INVESTIGATION OF SEISMIC WAVE REACTION OF SPATIAL STRUCTURE

The stochastic behavior of the spatial structure under seismic action was studied on the basis of theories and methods of nonlinear mechanics, finite elements, traveling wave and wavelet analysis. The spatial concrete structure in the form of a square plate, which rests on four columns rigidly fixed in the foundation was presented. A probabilistic simulation of acceleration of seismic action with different magnitudes using the statistical method of Ruiz and Penzien was performed. The effect of horizontal seismic displacement in the soil on the design was taken into account with the help of simulation of a transverse bending traveling wave in the form of an initial imperfection of the four columns of the structure. Mathematical models of non-stationary stochastic vibrations structure in the form of a system of second-order differential equations in generalized coordinates were formed on the basis of the Dahlberger-Lagrange method. The influence of the traveling waves and surface pressure on the static characteristics structure was estimated. The nonlinear static problem by the Newton-Ruffson method and the stability problem by Lanczos method were solved. A modal analysis of the spatial structure without and with traveling waves and surface pressure by the Lanczos method was carried. Realizations of dynamic characteristics of the structure: acceleration, velocity and displacement were obtained by the direct method of numerical integration of Runge-Kutta of the fourth order. The wavelet analysis of the seismic acceleration and structure reactions to the seismic action of different magnitudes was performed using discrete orthogonal (Dobesh4) and continuous nonorthogonal (Morle) one-dimensional complex wavelet functions. Wavelet-spectrograms and Fourier-images of the seismic acceleration and of the structure reactions were presented. The expediency of accounting for the flexural traveling waves in a spatial structure in the study of its seismic behavior was estimated.

Keywords: seismic loads, stochastic behavior, finite element method, nonlinear mechanics, traveling wave theory, wavelet analysis, spatial structure.

Лукьянченко О.А., Костина Е.В., Геращенко О.В.

ИССЛЕДОВАНИЕ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ВОЛНОВОЙ РЕАКЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОНСТРУКЦИИ

Исследована сейсмическая волновая реакция пространственной конструкции с помощью теорий и методов нелинейной механики, конечных элементов, бегущих волн и вейвлет-анализа. Выполнено вероятностное моделирование ускорения сейсмического воздействия на основе статистического подхода Руиза и Пензиена. Учтено влияние горизонтального перемещения сейсмической волны в грунте в виде поперечных изгибающих бегущих волн в элементах конструкции. Построены математические модели нестационарных стохастических колебаний конструкции без и с учетом поверхностного давления в виде систем дифференциальных уравнений второго порядка в обобщенных координатах. Оценено влияние учета бегущих волн на статическое и динамическое поведение конструкции. Выполнен вейвлет-анализ реализаций сейсмического воздействия и реакций конструкции с помощью дискретных ортогональных (Добеш4) и непрерывных неортогональных (Морле) одномерных комплексных вейвлет-функций. Визуализация декомпозиции случайных реализаций представлена в виде вейвлет-спектрограмм и Фурье-образов. Оценена целесообразность учета поперечных изгибающих бегущих волн в элементах конструкции при исследовании ее сейсмического поведения.

Ключевые слова: сейсмическое влияние, стохастическое поведение, метод конечных элементов, нелинейная механика, теория бегущих волн, вейвлет-анализ, пространственная конструкция.

УДК 539.3

Лук'янченко О.О., Костіна О.В., Геращенко О.В. Дослідження сейсмічної хвильової реакції просторової конструкції // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2018. – Вип. 101. – С. 83-102.

Досліджена стохастична поведінка просторової конструкції при сейсмічному впливі на основі теорій і методів нелінійної механіки, скінченних елементів, рухомих хвиль і вейвлет-аналізу.

Табл. 6. Іл. 16. Бібліогр. 13 назв.

UDC 539.3

Lukianchenko O.O., Kostina O.V., Geraschenko O.V. Study of seismic wave reaction of spatial structure // Strength of Materials and Theory of Structures. – 2018. – Issue. 101. – P. 83-102.

The stochastic behavior of spatial structure under seismic loading is investigated on the grounds of theories and methods of nonlinear mechanics, finite element method, traveling waves and wavelet analysis.

Tab. 6. Fig. 16. References 13 items.

УДК 539.3

Лук'янченко О.А., Костина Е.В., Геращенко О.В. Исследование сейсмической волновой реакции пространственной конструкции // Соппротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2018. – Вип. 101. – С. 83-102.

Исследовано стохастическое поведение пространственной конструкции при сейсмическом воздействии на основе теорий и методов нелинейной механики, конечных элементов, бегущих волн и вейвлет-анализа.

Табл. 6. Ил. 16. Библиогр. 13 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ольга Олексіївна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ользі Олексіївні.

Робочий тел.: +38(044) 245-40-20.

Мобільний тел.: +38(067) 931-30-27.

E-mail: lukianch0907@meta.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1794-6030>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, КОСТИНА Олена Володимирівна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОСТИНІЙ Олені Володимирівні.

Робочий тел.: +38(044) 241-54-20.

Мобільний тел.: +38(098) 275-19-93.

E-mail: k10867@meta.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6692-6231>

Автор(вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА ГЕРАЩЕНКО Олег Валерійович

Адреса робоча: 03680, Київ, Повітрофлотський пр. 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ГЕРАЩЕНКУ Олегу Валерійовичу

Робочий тел.: +38(044)241-54-20

Мобільний тел.: +38(095)661-6052

E-mail: olg_guera@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1951-4805>

УДК 539.3

ВПЛИВ ТЕМПЕРАТУРНИХ РЕЖИМІВ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ДЕТАЛЕЙ КОНСТРУКЦІЙ**В.В. Валер¹,**
аспірант**С.О. Пискунов,**
д-р техн. наук, професор¹*Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2018.101.103-110>

У роботі розглянуто вплив режимів нагріву на розвиток температурних напружень, що є важливим для об'єктів, які знаходяться під впливом високих температур (ротори, лопатки турбін та їх хвостовики). Представлені вихідні співвідношення нестационарної задачі теплопровідності та задачі термопружнопластичності. Проведено кількісну оцінку впливу вибору режиму нагріву на температурну складову напружено-деформованого стану з'єднання хвостовика лопатки із застосуванням спрощеної геометричної схеми.

Ключові слова: режим нагріву, криві запуску, нестационарна теплопровідність, термопружнопластичність, плоска задача, хвостовик лопатки.

Вступ. Деталі турбомашин вступають в безпосередній контакт з газами, які знаходяться на піку їх температури. Внаслідок зміни температури та зовнішніх силових впливів виникає неоднорідне розподілення температури в об'ємі деталі. Ці фактори сприяють розвитку температурних напружень. Як відомо, температурні напруження в матеріалах зумовлені температурними градієнтами та граничними умовами. Однак при проектуванні і визначенні несучої здатності елементів конструкцій турбомашинобудування також необхідно враховувати інші фактори, зокрема режим нагріву.

Під час циклів нагріву і охолодження розвиваються найбільші температурні напруження. При цьому найбільші значення температурних градієнтів і напружень виникають у досить короткий проміжок часу, який відповідає зокрема пусковим режимам турбомашин, що може в свою чергу викликати температурну втому матеріалу. Одним із факторів, що визначає виникнення температурних напружень є характер змінення температури в процесі запуску, що визначається так званою кривою запуску турбомашини. Крива запуску (стартова крива) – це залежність швидкості обертання ротора турбомашини або температури газів від часу. Роботи [1, 2, 3] показують, що стартові криві впливають на розподілення температурних напружень та довговічність деталей турбіни. Особливо важливо це для таких деталей як лопатки та хвостовики лопаток. Зважаючи, що деталі турбомашин мають витримувати значну кількість циклів запуску стає необхідним проведення як температурного, так і механічного аналізу.

Традиційно виділяють три види кривих запуску: гарячий запуск, теплий запуск та холодний запуск. Модифікацією кривих запуску можна досягнути зменшення температурних напружень та збільшення довговічності деталі при експлуатації у середовищі газів ідентичної температури.

Метою даної роботи є дослідження впливу характеру зміни зовнішньої температури (кривих запуску) на зміну параметрів напружено-деформованого стану хвостовика лопатки газової турбіни при термопружному деформуванні із урахуванням нестационарного розподілення температур. Для проведення чисельного аналізу використані спрощені двовимірні моделі хвостовика лопатки.

Вихідні співвідношення задачі теплопровідності. Температурне поле неоднорідного тіла при відсутності внутрішніх джерел тепла описується диференціальним рівнянням [4]:

$$\operatorname{div}(\lambda \nabla T) = C \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (1)$$

В криволінійній системі координат x^α [5] покомпонентна форма диференціального рівняння (1) приймає вигляд [6]:

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \left(\lambda g^{\alpha\beta} \sqrt{g} \frac{\partial T}{\partial x^\beta} \right) = C \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (2)$$

Для забезпечення однозначності розв'язання рівняння (2) вводяться відповідні початкові та граничні умови. За початкові умови приймається відоме розподілення температур по тілу у фіксований момент часу t_0 , що являє собою початкову часову координату:

$$T(x^\alpha, t_0) = T_0(x^\alpha), \quad x^\alpha \in L, \quad (3)$$

де $T_0(x^\alpha)$ - задана функція координат.

Диференціальне рівняння (2) з початковими умовами (3) та граничними умовами першого та третього роду є еквівалентним варіаційному рівнянню двовимірної задачі нестационарної теплопровідності [7]:

$$\delta\chi = \int_S \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x^\alpha} \frac{\partial \delta T}{\partial x^\beta} g^{\alpha\beta} \right) \sqrt{g} dL + \int_L \alpha (T - \theta) \delta T dL - \int_S C \frac{\partial T}{\partial t} \delta T \sqrt{g} dL. \quad (4)$$

Методика розв'язання задачі і її апробація наведені у [8].

Вихідні співвідношення задачі термовязкопружнопластичності. В загальному випадку при наявності незворотних деформацій зв'язок між напруженнями і деформаціями визначається на основі співвідношень теорії пластичного течіння [9]. В цьому випадку прирощення повних деформацій $d\varepsilon_{ij}$ може бути подане сумою прирощень пружних $d\varepsilon_{ij}^e$ і температурних $d\varepsilon_{ij}^t$ деформацій та прирощень деформацій пластичності $d\varepsilon_{ij}^p$:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^t. \quad (5)$$

Передбачається, що пружні деформації є малими. Повні напруження σ^{ij} визначаються через компоненти тензора пружних деформацій відповідно до узагальненого закону Гука:

$$\sigma^{ij} = C^{ijkl} \varepsilon_{kl}^e = [\mu(g^{jl} g^{ik} + g^{il} g^{jk}) + \lambda \cdot g^{ij} g^{kl}], \quad (6)$$

де коефіцієнти Ляме λ та μ визначаються через коефіцієнт Пуассона $\nu = \nu(z^i, T)$ і модуль пружності матеріалу (модуль Юнга) $E = E(z^i, T)$, що залежать від температури T :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (7)$$

Температурні деформації малі і визначаються формулою:

$$\varepsilon_{ij}^t = \beta^t g^{ij}, \quad (8)$$

де $\beta^t = \beta^t(T)$ – коефіцієнт лінійного температурного розширення.

Прирошення пластичних деформацій визначається згідно з асоційованим законом:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda_p \frac{\partial f_p}{\partial s^{ij}} = \lambda_p s_{ij}, \quad (9)$$

де $f_p = \frac{1}{2} s_{ij} s^{ij} - [\tau_s(\vartheta_p, T)]^2 = 0$ – функція текучості; $s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_0 \delta_{ij}$ – компоненти девіатора напружень; $\sigma_0 = \sigma_{ii}$, $\tau_s(\vartheta_p, T)$ – межа текучості при чистому зсуві; $\vartheta_p = \int_{\varepsilon_{ij}^p} \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon^{ij p}}$ – параметр зміцнення Одквіста.

Розв'язувальні співвідношення і алгоритми для задач термопружнопластичності наведені у роботі [11].

Дослідження впливу кривої запуску на характер розподілення температурних напружень. Розглянемо ялинкове з'єднання хвостовика лопатки турбіни під впливом температури (рис. 1). Для попереднього аналізу розподілення температурних напружень під час нагріву, який описується типовими кривими запуску (гарячий Т1, теплий Т2 та холодний Т3 режими нагріву), наведеними на рис. 2, в першому наближенні з'єднання можна апроксимувати суцільним паралелепіпедом. Для аналізу розглянемо поперечний та повздовжній перерізи такого паралелепіпеда у осях $z^1 O z^2$ та $z^2 O z^3$ (рис. 2), які при чисельному аналізі розглядатимуться окремо в межах плоскої задачі термопружнопластичності. Матеріал хвостовика – титановий сплав, фізико-механічні характеристики якого: $E = 9,6 \cdot 10^{10}$ Па, $\nu = 0,36$, $\sigma_T = 9,3 \cdot 10^8$ Па.

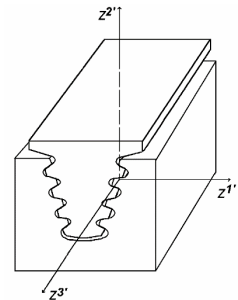


Рис. 1. Хвостовик лопатки

Граничні умови для поперечного перерізу в площині $z^1 O z^2$ імітують закріплення хвостовика у тілі обода ротора. Вважається, що поперечний переріз контактує із зовнішнім середовищем із змінним згідно кривої запуску температурою вздовж ребра $z^2 = 30$. Для повздовжнього перерізу в площині $z^2 O z^3$ обмеження переміщення по осі z^3 імітує закріплення

хвостовика на ободі ротора від зміщень в напрямку вісі ротора. У даному випадку нагрів відбувається на ребрі $z^2 = 30$ та на ребрі $z^3 = 0$.

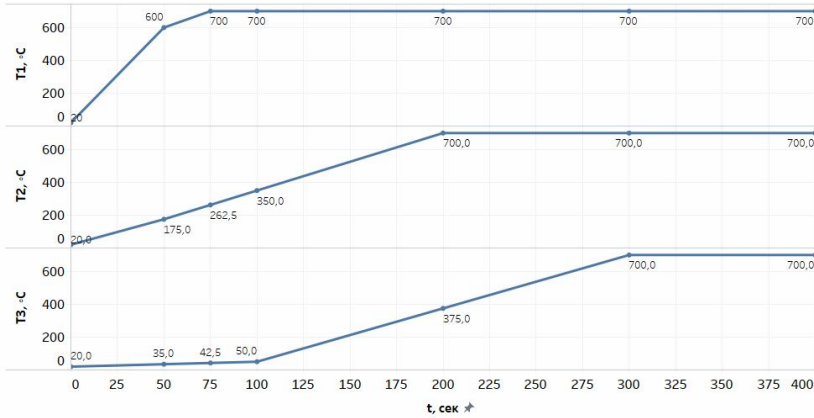


Рис. 2. Криві запуску

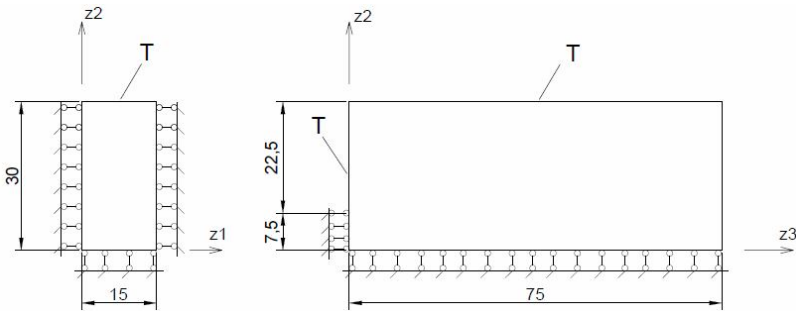


Рис. 3. Розрахункові схеми перерізів хвостовика

Результати визначення напружено-деформованого стану при дії температурного навантаження в площині z^1Oz^2 не представляють значного інтересу. Очевидно, що завдяки доволі грубій апроксимації геометрії та граничних умов, характер розподілення напружень схожий і відрізняється лише швидкістю виходу на пікове напруження. Також варто відзначити, що середнє напруження для холодного нагріву на 1% менше, ніж середні напруження для гарячого і теплого нагріву.

На рис. 4 і 5 показано отримані зміни розподілення напружень для повздовжнього перерізу тіла (в площині z^2Oz^3) з часом при використанні різних режимів нагріву. Проаналізовані зміни величин максимального в досліджуваній області та усередненої величин інтенсивності нормальних напружень. Цифрами 1, 2 та 3 позначено графіки, отримані відповідно для кривих запуску T1, T2 та T3. У даному випадку спостерігаємо значну різницю в напруженнях для різних кривих. Так, максимальні значення напружень, отримані в початковий момента часу для гарячого режиму (T1) більше ніж в півтора рази перевищують значення, отримані для двох інших

режимів. Різниця в максимальних значеннях для другої і третьої кривих сягає 7,6%. В той же час значення максимальних напружень для всіх трьох режимів нагріву у кінцевий момент нагріву досить близькі і лежать в межах 10 МПа.

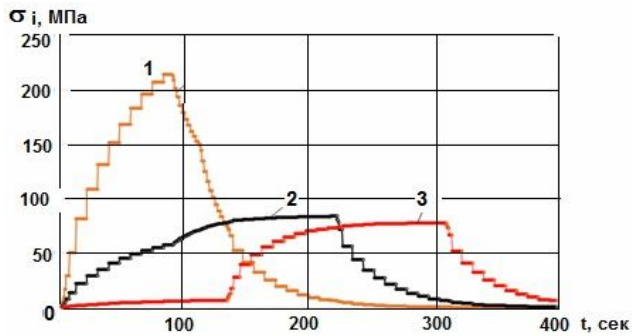


Рис. 4. Максимальні напруження у повздовжньому перерізі

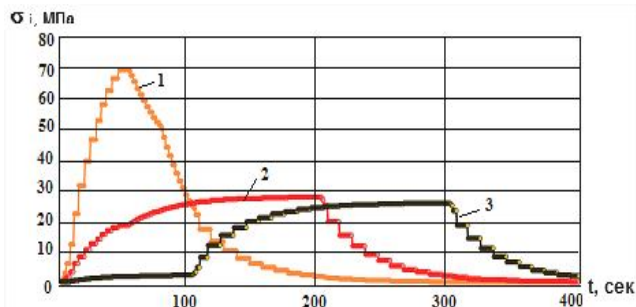


Рис. 5. Середні напруження у повздовжньому перерізі

Абсолютна величина максимальної інтенсивності напружень, викликаних температурним навантаженням в гарячому режимі, становить біля 210 МПа, не перевищує межі текучості, зникає після прикладання температурного навантаження і не впливає на подальшу еволюцію напружено-деформованого стану. В той же час у випадку одночасної дії цього температурного навантаження і силового навантаження сумарні напруження можуть перевищити межу текучості, що призведе до перерозподілення напружень в об'ємі деталі і може вплинути на подальший напружено-деформований стан.

Висновок. У роботі наведено результати розрахунку температурних напружень для спрощеної моделі хвостовика лопатки турбіни по трьом кривим запуску. У поперечному перерізі не спостерігається значна різниці між напруженнями, отриманими для різних режимів нагріву. У повздовжньому перерізі наявні значні відмінності для пікових напружень під час нагріву, що має враховуватись для точної оцінки напружено-деформованого стану і визначення ресурсу деталі.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Oscar Tenango-Pirin, J.C. García, L. Castro-Gómez, J.A. Rodríguez, F. Sierra, O. De Santiago, J. M. Rodríguez-Lelis.* Effect of the modification of the start-up sequence on the thermal stresses for a microgas turbine / International journal of rotating machinery – Volume 2016 – Article ID 5834172.
2. *G. Nowak, A. Rusin.* Lifetime deterioration of turbine components during start-ups / Operation Maintenance and Materials Issues, vol. 3, no. 1, pp. 1–10, 2004.
3. *T. S. Kim, D. K. Lee, S. T. Ro.* Analysis of thermal stress evolution in the steam drum during start-up of a heat recovery steam generator / Applied Thermal Engineering, vol. 20, no. 11, pp. 977–992, 2000.
4. *Коваленко А.Д.* Основы термоупругости / А. Д. Коваленко. – К. : Наук. думка, 1970. – 204 с.
5. *Гуляр О.І.* Алгоритм розв'язання вісесиметричних задач нестационарної теплопровідності / О.І. Гуляр, С.О. Пискунов, Ю.В. Максим'юк, В.П. Андрієвський // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2015. – Вип. 95. – С. 64-72.
6. *Блох В.И.* Теория упругости / В. И. Блох. – Х. : Изд. Харьковск. Гос. Университета, 1964. – 484 с.
7. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. М., Мир, 1975.
8. *Пискунов С.О., Валер В.В.* Постановка задач деформування плоских та вісесиметричних тіл в умовах нестационарної теплопровідності // Математичні проблеми технічної механіки – 2017. Тези, частина 2. Дніпро, Кам'янське.
9. *Качанов Л.М.* Теория ползучести. – М.: Физматгиз, 1960. – 456 с.
10. *Работнов Ю.Н.* Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 732 с.
11. *Пискунов С.О., Валер В.В.* Постановка двовимірних задач деформування і континуального руйнування в неоднорідному температурному полі // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2016. – Вип. 97. – С. 194 – 205.

REFERENCES

1. *Oscar Tenango-Pirin, J. C. García, L. Castro-Gómez, J. A. Rodríguez, F. Sierra, O. De Santiago, J. M. Rodríguez-Lelis.* Effect of the modification of the start-up sequence on the thermal stresses for a microgas turbine / International journal of rotating machinery – Volume 2016 – Article ID 5834172.
2. *G. Nowak, A. Rusin.* Lifetime deterioration of turbine components during start-ups / Operation Maintenance and Materials Issues, vol. 3, no. 1, pp. 1–10, 2004.
3. *T.S. Kim, D.K. Lee, S.T.Ro.* Analysis of thermal stress evolution in the steam drum during start-up of a heat recovery steam generator / Applied Thermal Engineering. - Vol. 20. No. 11, 2000. - PP. 977–992.
4. *Kovalenko A.D.* Osnovy termouprugosti (The foundations of thermal conductivity) / A.D. Kovalenko. – K. : Nauk. dumka, 1970. – 204 p.
5. *Hulyar O.I.* Algoritm rozvyazannya visesymetrichnyh zadach nestatzionarnoi teploprovodnosti (An algorithm for solving the axisymmetric problem of transient heat transfer) / O.I. Hulyar, S.O. Pyskunov, Yu.V. Maksymyuk, V.P. Andriyevskyy // Opir materialiv i teoriya sporud. – 2015. – Volume 95. – pp. 64-72.
6. *Blokh V.I.* Teoriya uprugosti (Theory of elasticity) / V.I. Blokh. – Kh. : Izd. Khar'kovsk. Gos. Universiteta, 1964. – 484 p.
7. *Zenkevich O.* Metod konechnykh elementov v tekhnike (Finite element method in technique) . M., Mir, 1975.
8. *Pyskunov S.O., Valer V.V.* Postanovka zadach deformuvannya ploskikh s visesymetrichnyh til v umovah nestatzionarnoi teploprovodnosti (Formulation of problems of deformation of planar and axisymmetric bodies under transient thermal conditions) // Matematicheskie problem tehnikeskoj mekhaniki. – 2017. Abstracts, Part 2. Dnipro, Kamyanske.
9. *Kachanov L.M.* Teoriya polzuchesti (Theory of creep) – M.: Fizmatgiz, 1960. – 456 p.
10. *Rabotnov Yu.N.* Polzuchest' elementov konstruksiy (Creep of elements of structure). – M.: Nauka, 1966. – 732 p.
11. *Pyskunov S.O., Valer V.V.* Postanovka dvovymirnyh zadach deformuvannya i kontynualnogo ruynuvannya v nestatzionarnomu temperaturnomu poli (Formulation of twodimensional problems of deformation and continual fracture in nonhomogenous temperature field) // Opir materialiv i teoriya sporud. – 2016. – Volume 97. – pp 194 – 205.

Valer V.V., Pyskunov S.O.

INFLUENCE OF TEMPERATURE REGIMES ON STRESS-STRAIN STATE OF DESIGN DETAILS

Details of turbomachines come in direct contact with gases, which are at the peak of their temperature. There is a heterogeneous temperature distribution across the detail as a result of changes in temperature and external influences. As is known, the temperature stresses in materials are due to temperature gradients and boundary conditions. However, when designing and determining the bearing capacity of turbomachinery structural elements, other factors, including the heating regime, must be taken into account. The greatest temperature stresses develop during the cycles of heating and cooling. At the same time, the greatest values of temperature gradients and stresses arise in a fairly short period of time, which in turn can cause a temperature fatigue of the material. In addition, high temperatures contribute to the development of creep deformations, which reduce the length of the life cycle of the detail. One of the factors that determines the occurrence of thermal stresses is the nature of the temperature change during the start-up process, which is determined by the start-up curve of the turbine or machine. Start-up curve is the dependence between rotor speed or gas temperature and time. It is especially important for such parts as turbine blades and roots of the blades. Considering that turbomachinery parts must withstand a significant number of start-up cycles, both temperature and mechanical analysis is required. The purpose of this work is to study the effect of the nature of the change of external temperature (start-up curves) on the change in the parameters of the stress-strain state of the fir-tree root of the gas turbine blade under thermoelastoplastic deformation, taking into account the nonhomogenous temperature distribution. The effect of heating regimes on the development of temperature stresses is considered in the paper. The initial relations of the problem of transient thermal conductivity and the problem of thermoelastoplasticity are given. An analysis of the effect of the selection of the start-up curve on the approximated geometry of fir-tree root of the blade was carried out.

Key words: start-up curve, transient thermal conductivity, thermoelastoplasticity, plane body, fir-tree root, blade.

Валер В.В., Пискунов С.О.

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ РЕЖИМОВ НА НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ДЕТАЛЕЙ КОНСТРУКЦИЙ

В работе рассматривается влияние режимов нагрева на развитие температурных напряжений, что является важным для объектов, которые находятся под воздействием высоких температур (роторы, лопатки турбин и их хвостовики). Приведены исходные соотношения задачи нестационарной теплопроводности и задачи термоупругопластичности. Проведен количественный анализ влияния выбора режима нагрева хвостовика лопатки с использованием упрощенной геометрической схемы.

Ключевые слова: режим нагрева, кривые запуска, нестационарная теплопроводность, термоупругопластичность, плоская задача, хвостовик лопатки.

УДК 539.3

Валер В.В., Пискунов С.О. **Вплив температурних режимів на напружено-деформований стан деталей конструкцій** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2018. – Вип. 101. – С. 103-110.

Розглядається вплив режимів нагріву на розвиток температурних напружень у деталях конструкцій, що перебувають під впливом нестационарного температурного поля.

Ил. 5. Библиогр. 12 назв.

Valer V.V., Pyskunov S.O. **Influence of temperature regimes on stress-strain state of design details** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 101. – P. 103-110.

The influence of the heating mode on the evolution of temperature stresses in the details of structures under the influence of a nonhomogenous temperature field is considered.

Fig. 5. Ref. 12.

Валер В.В., Пискунов С.О. **Влияние температурных режимов на напряжённо-деформированное состояние деталей конструкций** // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2018. - Вип. 101. - С. 103-110.

Рассматривается влияние режимов нагрева на развитие температурных напряжений в деталях конструкций, находящихся под воздействием нестационарного температурного поля.

Ил. 5. Библиогр. 12 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *аспірант кафедри будівельної механіки КНУБА Валер Владислав Володимирович*

Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки, Валер Владислав Володимирович*

Робочий тел.: *+38(044) 241-55-55*

Мобільний тел.: *+38(066) 023-52-55*

E-mail: *valer.vladislav@gmail.com*

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): *професор, доктор технічних наук, професор Пискунов Сергій Олегович.*

Мобільний тел.: *+38(050) 962-66-14*

E-mail: *s_piskunov@ua.fm*

ORCID ID: *<https://orcid.org/0000-0003-3987-0583>*

УДК 539.3

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ РОЗВИТКУ МАГІСТРАЛЬНИХ ТРІЩИН В ТІЛАХ ОБЕРТАННЯ СКЛАДНОЇ СТРУКТУРИ З УРАХУВАННЯМ ФОРМОЗМІНЕННЯ

В.А. Баженов,

докт. техн. наук, професор

Ю.В. Максим'юк,

канд. техн. наук, доцент

*Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ, Україна. 03680*DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2018.101.111-120>

Розроблено і апробовано на тестових прикладах покроковий алгоритм визначення траєкторії розвитку початкової кільцевої тріщини в тілах обертання складної структури МСЕ. Достовірність результатів визначення траєкторії розвитку початкової тріщини обґрунтовано шляхом розв'язку контрольних прикладів. Наведений результат розрахунку відповідального об'єкта сучасної техніки.

Ключові слова: тріщиностійкість, формозмінення, тіла обертання, модифікований метод реакцій, лінійні і нелінійні параметри механіки руйнування, з'єднувальний вузол занурюваного контейнера, стопорний клапан парової турбіни.

Вступ. Визначення параметрів локального руйнування для тріщин, є важливою, але частковою задачею механіки руйнування. На практиці частіше зустрічаються випадки, коли відома незначна початкова тріщина невеликої довжини і необхідно визначити умови руйнування конструкції, тобто критичну довжину тріщини при заданому навантаженні. При цьому, від правильності обчислення траєкторії розвитку тріщини значною мірою залежить достовірність усього розрахунку, оскільки обчислення параметрів руйнування вздовж траєкторії, не співпадаючи з реальною, може привести до невірної оцінки несучої здатності конструкції в цілому.

Слід відзначити, що моделюванню розвитку тріщини за допомогою МСЕ присвячена незначна кількість робіт [3]. Ефективність методики в цьому випадку значною мірою залежить від ефективності скінченно елементної бази і методів визначення параметрів механіки руйнування. В даній роботі за основу прийнята орієнтація на використання універсальних СЕ [7], що дозволяє оптимізувати дискретні моделі методу скінченних елементів (МСЕ) при розрахунку тіл складної структури. Визначення параметрів механіки руйнування реалізується модифікованим методом реакцій, ефективність якого при змішаному руйнуванні продемонстрована в роботах [2, 6].

1. Алгоритм визначення траєкторії магістральної тріщини на основі модифікованого методу реакцій. Для визначення траєкторії розвитку початкової тріщини на основі МСЕ використовується покроковий алгоритм (рис. 1).

В цьому випадку на кожному кроці прирощення довжини тріщини обчислюються значення коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) K_I і K_{II} , які дозволяють отримати напрямок розвитку тріщини:



Рис. 1

$$\Theta_i = f(K_{Ii}, K_{IIi}). \quad (1)$$

Вважаючи далі, що тріщина подовжиться вздовж отриманого напрямку на деякий відрізок Δl , одержимо точку 1, що несуттєво відхилилася від дійсної траєкторії, внаслідок того, що подовження відбулося не по дійсній траєкторії, а по дотичній до неї. Обчисливши для точки 1 КІН K_I і K_{II} і, використовую-

ючи умову (1), визначимо новий кут Θ_2 , що поверне траєкторію таким чином, щоб наблизити її до дійсної. Повторюючи дану операцію n разів, одержимо ламану траєкторію розвитку тріщини, що обумовлено використанням покрокового алгоритму, який ґрунтується на відповідних диференціальних залежностях розвитку тріщини. Для одержання дійсної траєкторії проводиться згладжування отриманої. При зміні кроку Δl можна знайти таке його мінімальне значення, подальше зменшення якого не призведе до зміни одержуваної траєкторії. Оскільки отримана траєкторія має вигляд ламаної лінії, то після її вирівнювання варто провести K -тарировку (обчислення значень КІН уздовж траєкторії тріщини) [1, 4].

Відповідно до критерію локального руйнування, запропонованого Ердоганом і Сі в статті [9], розвиток тріщини при несиметричному навантаженні відбувається в напрямку, перпендикулярному дії максимальних розтягуючих напружень. Розподілення напружень при вершині гострої тріщини в цьому випадку можна визначити за формулами:

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right), \\ \tau_{r,\theta} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} (K_I \sin \theta + K_{II} \cos \theta). \end{aligned} \quad (2)$$

Напрямок поширення тріщини можна визначити, використовуючи умову $\partial \sigma_\theta / \partial \theta = 0$ або $\tau_{r,\theta} = 0$, звідки одержати рівняння для визначення

Θ_i :

$$K_I \sin \Theta_i + K_{II} (3 \cos \Theta_i - 1) = 0. \quad (3)$$

Вираз (1) в цьому випадку матиме вигляд:

$$\Theta_i = 2 \arctg \left(\frac{1 - \sqrt{1 + 8\lambda_K^2}}{4\lambda_K} \right), \quad (4)$$

де $\lambda_K = K_{II}/K_I$.

2. Достовірність результатів визначення траєкторії магістральних тріщин. На першому етапі розглянемо задачу про визначення прямолінійної траєкторії розвитку похилої початкової тріщини в пластині, що знаходиться під дією одновісного розтягу (рис. 2).

На рис. 3. наведені траєкторії розвитку похилої тріщини в системі координат $y^{i''}$, отримані шляхом розрахунку ([8], суцільна лінія 1), експериментально ([5], суцільна лінія 2), а також отримані за описаною методикою (штрих пунктирна лінія). Обчислена на основі алгоритму 1 траєкторія добре узгоджується з експериментальними і розрахунковими результатами інших авторів.

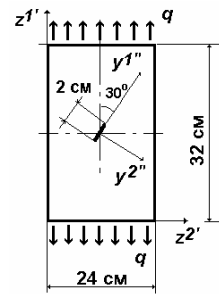


Рис. 2

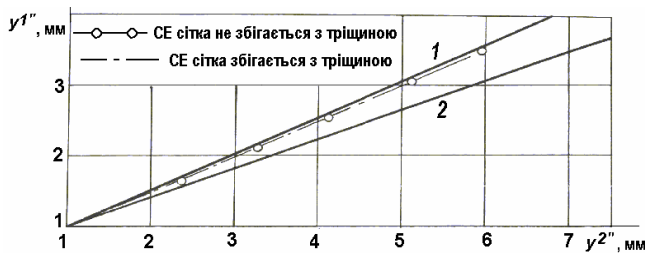


Рис. 3

На другому етапі була досліджена точність визначення КІН K_I і K_{II} вздовж отриманої траєкторії розвитку тріщини. На рис. 4 наведена залежність K_I і K_{II} від відношення проєкції тріщини на вісь z^2 до ширини пластини. Наведені величини K_I і K_{II} визначені за формулами:

$$\tilde{K}_I = \frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}}, \quad \tilde{K}_{II} = \frac{K_{II}}{\sigma\sqrt{\pi a}}, \quad (5)$$

де σ – розтягуюче навантаження, a – проєкція тріщини на вісь z^2 .

Суцільною лінією на графіку показані результати, що отримані в роботі [5], кружками – дані роботи [8], штрихпунктиром – поправка Ізіді (значення K_I для обмеженої пластини з горизонтальною тріщиною), пунктиром – значення K_I і K_{II} , отримані із використанням модифікованого методу реакцій. Отже, розподілення \tilde{K}_I , добре узгоджується з наведеними розв'язками з похибкою в межах 5%. Але отримані значення є дещо ближчими до значень графіку \tilde{K}_I для пластини з горизонтальною тріщиною (поправка Ізіді). Відхилення даних, викладених в роботі [5], від поправки Ізіді спостерігається при відношенні $a/\delta > 0,2$, де, навпаки, узгодження повинно було б бути кращим. Це обумовлено тим, що тріщина під час

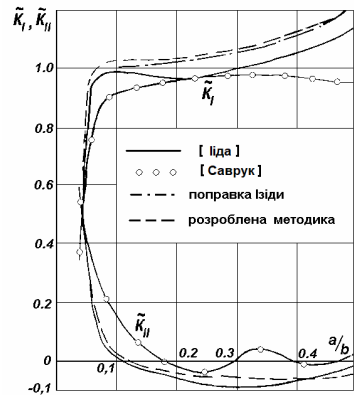


Рис. 4

зростання прямує до розташування, перпендикулярного до дії розтягуючого навантаження, довжина тріщини наближується до розміру її проекції на вісь Z^2 , а конфігурація – до горизонтальної тріщини.

Отже, розроблені підходи до розв'язання задач механіки руйнування дозволяють з високим ступенем точності визначати параметри механіки руйнування та проводити визначення траєкторії криволінійних тріщин.

3. Визначення характеру руйнування і несучої здатності з'єднувального вузла занурюваного контейнеру. Прогнозування несучої здатності високо напружених об'єктів із матеріалів типу скла є складною задачею. Основні труднощі, які стоять на шляху її розв'язання, пов'язані з високою крихкістю скляних елементів комбінованих конструкцій, до яких відносяться занурювані контейнери для дослідження морських глибин. Враховуючи відсутність пластичних деформацій в склоелементах, їх низьку міцність на розтяг і високу чутливість до концентраторів напружень, отримує особливе значення коректне обчислення критичних навантажень. Це призводить до необхідності більш детального розгляду характеру розподілення і рівня напружень, а також процесу розвитку магістральних тріщин, оскільки основною вимогою при експлуатації контейнерів є забезпечення їх герметичності.

В якості об'єкта складної структури розглянуто конструкцію занурюваного контейнера, розрахункова схема якого з розбивкою на фрагменти і одним з варіантів дискретної моделі представлена на рис. 5.

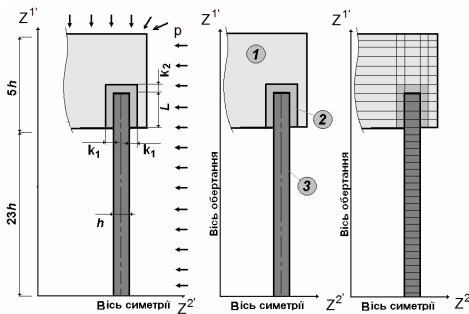


Рис. 5

Конструктивні параметри з'єднання такі: глибина затиснення скляної оболонки в металеву кришку $L=3h$, товщина бічних прошарків $k1=0,25h$, товщина прошарку на торці $k2=0,25h$, де $h=1$ см - товщина оболонки. Передбачалося, що механічні властивості елементів з'єднання характеризуються такими даними: модуль пружності кришки -

$E=2,1 \cdot 10^5$ МПа, прошарків - $E=0,035 \cdot 10^5$ МПа, оболонки - $E=0,8 \cdot 05$ МПа, коефіцієнти Пуасона кришки - $\nu=0,3$, прошарків - $\nu=0,34$, оболонки - $\nu=0,22$.

Елементи з'єднання, включаючи матеріал опорного прошарку, володіють різними механічними характеристиками. Розрахунок проводився в припущенні ідеальної пружності всіх складових частин з'єднання і відсутності взаємного зміщення сполучених деталей на поверхнях розділу. Оскільки міцність з'єднання в даному випадку цілком визначається міцністю елемента з крихкого матеріалу, руйнування якого починається зазвичай з поверхні, основну увагу було приділено вивченню напружень на бічних поверхнях скляної циліндричної оболонки.

На першому етапі проведено визначення загального напруженого стану циліндричної оболонки. результати представлені на рис. 6, де показане

розподілення кільцевих σ_{θ}^3 і осьових σ_z^3 напружень на зовнішній поверхні оболонки та на внутрішній поверхні $\sigma_{\theta}^B, \sigma_{\theta}^B$. Їх аналіз показує, що зона розтягуючих напружень локалізується в межах з'єднувального вузла контейнера.

Наявність розтягуючи напружень і, відповідно, можливість виникнення та наступного розвитку тріщини в процесі експлуатації об'єкта призводить до необхідності оцінки його несучої здатності з позицій механіки руйнування.

Початкова тріщина (рис. 7 (б)) розташована на відстані $0,3 h$ від краю заглибки у точці досягнення максимальних розтягуючих напружень, розмір тріщини заданий відповідно до відомих реально існуючих дефектів на поверхні подібних скляних об'єктів. Кут відхилення її від нормалі до зовнішньої поверхні оболонки у бік торця прийнятий таким, що дорівнює 8° і є перпендикулярним напрямку максимальних головних напружень в цій області.

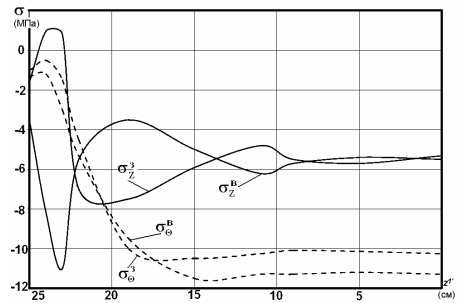
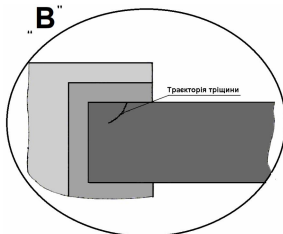
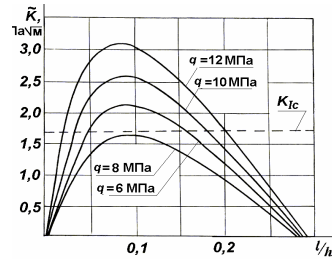


Рис. 6



(а)



(б)

Рис. 7

На рис. 7 (а) наведена траєкторія тріщини, обчислена відповідно підходу, викладеного вище, характерною особливістю якої є її розвиток тріщини вглиб з'єднувального вузла.

Графіки залежності приведених величин КІН $\tilde{K}(l)$ від довжини тріщини при різній інтенсивності зовнішнього навантаження зображені суцільними лініями на рис. 7 (б).

Пунктирною лінією показане значення критичного коефіцієнта інтенсивності напружень K_{Ic} , що для скла, з якого виготовлений циліндр, дорівнює $1,7 \text{ Мпа м}^{1/2}$. Аналізуючи результати, можна сказати, що навантаження 6 МПа не призведе до розвитку початкової тріщини $l_0 = 0,05 h$. Для більш високих значень зовнішнього тиску критична довжина початкової тріщини буде зменшуватися від $0,05 h$ ($q = 8 \text{ МПа}$) до $0,02 h$ ($q = 12 \text{ МПа}$).

Отже, при інтенсивності зовнішнього тиску, що змінюється в межах до 12 МПа, статичне збільшення тріщини можливо лише до досягнення довжини $l = 0,2 h$, де \tilde{K} знову стає менше ніж K_{lc} . Траєкторія тріщини при цьому має такий вигляд, що навіть при її подальшому розвитку не повинне відбуватися порушення герметичності з'єднання і катастрофічне руйнування об'єкта. Після досягнення довжини $0,3 h$, тріщина попадає в зону, де значення \tilde{K} знижується до нуля, і подальший її розвиток стає неможливим.

4. Визначення ресурсу корпусу стопорного клапана з урахуванням формозміння. Для підтвердження вище сказаного було проведено розрахункове дослідження напружено-деформованого стану і умов руйнування корпусу стопорного клапана турбіни на стадії розвитку початкової тріщини з метою оцінки несучої здатності корпусних деталей турбіни при дії стаціонарних і пускових навантажень.

Оскільки на запорі клапана напруження максимальні, то саме це місце є найбільш вірогідним для виникнення і розвитку тріщини [100].

Для визначення критичної довжини тріщини, наявність якої призведе до лавиноподібного руйнування корпусу клапана, були обчислені КІН K_I і K_{II} вздовж траєкторії тріщини від дії внутрішнього тиску, що виникає в екстремальних умовах. Для окремих точок траєкторії тріщини побудовані деформовані схеми (рис. 8).

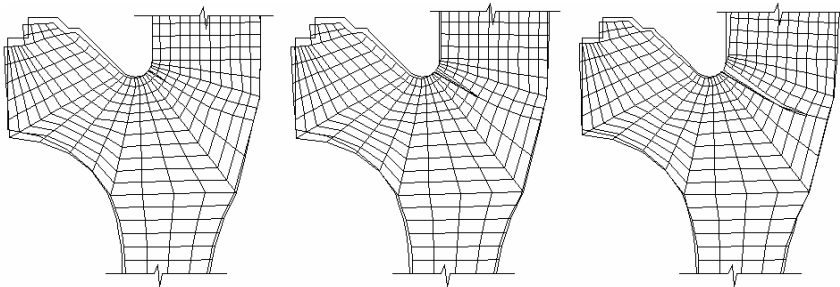


Рис. 8

Результати визначення впливу геометричної нелінійності на величину ресурсу корпусу стопорного клапана парової турбіни при наявності в ньому магістральної тріщини критичної довжини, зведені в табл. 1.

Таблиця 1

Геометрично лінійний розв'язок									
l/h	0.05	0.15	0.25	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75	0.85
$l_{(срел)}/h$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	
\tilde{K}	21.70	23.00	23.50	24.00	24.70	25.43	27.10	29.70	
$\Delta N \cdot 10^5$	1.96	1.57	1.44	1.33	1.19	1.07	0.837	0.589	
$\Sigma(N \cdot 10^5)$	0	1.96	3.53	4.97	6.31	7.50	8.57	9.40	9.99
Геометрично нелінійний розв'язок									
l/h	0.05	0.15	0.25	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75	0.85
$l_{(срел)}/h$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	

Продовження Табл. 1									
\tilde{K}	21.03	22.29	22.77	23.25	23.93	24.63	26.18	28.70	
$\Delta N \cdot 10^3$	2.21	1.77	1.63	1.50	1.35	1.21	0.955	0.672	
$\Sigma(N \cdot 10^3)$	0	2.21	3.98	5.61	7.11	8.46	9.67	10.60	11.30

Врахування формозмінення показало, що зменшення коефіцієнтів інтенсивності на 2-3% в межах критичної довжини тріщини призводить до збільшення ресурсу більш ніж на 12%.

Висновок. В даній роботі отримані розв'язки нових прикладних задач будівельної механіки про вплив формозмінення на величину ресурсу і тріщиностійкості конструктивних елементів машинобудівної промисловості. Виявлено, що незважаючи на відносно незначні зміни параметрів пружно-деформованого стану величина ресурсу збільшилася для стопорного клапана порівняно з геометрично лінійним розрахунком, що має суттєве значення для визначення терміну експлуатації цього об'єкту.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А.* Матрица жесткости и вектор узловых реакций скінченного элемента для розв'язання просторових задач термов'язкопружнопластичності НМСЕ / В.А. Баженов, С.О. Пискунов, І.І. Солодей та ін. // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник / – К.:КНУБА, 2005. – Вип. 76. – С. 3–26.
2. *Баженов В. А.* Решение линейных и нелинейных пространственных задач механики разрушения на основе полуаналитического метода конечных элементов / Баженов В. А., Гулярь А. И., Пискунов С. О. [и др.]: Сообщение 1. Теоретические основы и исследование эффективности конечно-элементной методики решения пространственных задач механики разрушения // Проблемы прочности. – 2011. – Вип. 1. – С. 27-39; Сообщение 2. Методика определения инвариантного J-интеграла в дискретных моделях МКЭ. // Проблемы прочности. – 2011. Вип. 2. – С. 17-32.
3. *Баженов В.А.* Напіваналітичний метод скінчених елементів в задачах руйнування просторових тіл : Монографія / В. А. Баженов, О. І. Гулярь, С. О. Пискунов, О. С. Сахаров – К. : КНУБА, 2005. – 298 с.
4. *Гулярь А.И.* Реализация метода податливости на основе МКЭ для сеток, не совпадающих с траекторией трещины / А.И. Гулярь, Т.А. Кушниренко, А.С. Сахаров // Сопротивление материалов и теория сооружений. – 1981. – Вип.38. – С.42–46.
5. *Иида С.* Скорость распространения трещин в пластинах из сплава 7075-T6 при циклическом растяжении и поперечном сдвиге / С. Иида, А. Кобаяси // Тр. Амер. об-ва инженеров-механиков. Сер. Д. – 1969. – № 4. – С. 210–214.
6. *Максим'юк Ю.В.* Визначення тріщиностійкості віссиметричних тіл з урахуванням формозмінення / Ю.В. Максим'юк // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник / –К.:КНУБА, 2018. –Вип.100. – С. 202-213.
7. *Максим'юк Ю.В.* Розрахункові співвідношення універсального скінченого елемента на основі моментної схеми скінчених елементів / Ю.В. Максим'юк // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник / –К.:КНУБА, 2015. – Вип.94. – С. 244-251.
8. *Саврук М. П.* О расчете статической траектории распространения трещин / М. П. Саврук, П. Н. Осив // Проблемы прочности. – 1982. – №1. – С. 19–23.
9. *Эрдоган Ф.* О распространении трещин в пластинках под действием нагрузки в плоскости и поперечного сдвига / Ф. Эрдоган, Дж. Си // Труды амер. об-ва инж.-мех. Сер. Д. – 1963. – Т. 85. – № 4. – С. 122–126.

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A.* Matrytsia zhorstkosti i vektor vuzlovykh reaktsii skinchennoho elementa dlia rozv'iazannia prostorovykh zadach termov'язкопружнопластичности NMSE (Rigidity matrix and vector of knot reactions of a finite element for solving spatial problems of thermally elastic plasticity of NMVOC) / V.A. Bazhenov, S.O. Pyskunov, I.I. Solodei ta in. // Opir materialiv i teoriia sporud: nauk.-tekhn. zbirnyk–K.:KNUBA, 2005. – Vyp. 76. – S. 3–26.

2. *Bazhenov V.A.* Reshenye lyneinykh y nelyneinykh prostranstvennykh zadach mekhaniky razrusheniya na osnove poluanalytycheskogo metoda konechnykh elementov / Bazhenov V. A., Huliari A.Y., Pyskunov S.O. [y dr.]: Soobshchenye 1. Teoreticheskiye osnovy y yssledovaniye effektivnosti konechno-elementnoi metody resheniya prostranstvennykh zadach mekhaniky razrusheniya (Solution of linear and nonlinear spatial problems of fracture mechanics based on the semi-analytical finite element method. Report 1. Theoretical foundations and investigation of the effectiveness of the finite-element method solving spatial problems of fracture mechanics) // *Problemy prochnosti*. – 2011. – Vyp. 1. – S. 27–39; Soobshchenye 2. Metodyka opredeleniya unvaryantnogo J-intehrala v dyskretnykh modeliakh МКЭ (Message 2. Method of determining the invariant J-integral in discrete models of the FEM) // *Problemy prochnosti*. 2011. Vyp. 2. – S. 17–32.
3. *Bazhenov V.A.* Napivalnitychnyi metod skinchenykh elementiv v zadachakh ruinovannia prostorovykh til: Monohrafiia (The napalanal method of skynchnykh elementov in problems ruinovnuya prostorovykh til: Monograph) / V.A. Bazhenov, O.I. Huliari, S.O. Pyskunov, O.S. Sakharov – K.: KNUBA, 2005. – 298 s.
4. *Huliari A.Y.* Realyzatsiia metoda podatlyvosti na osnove МКЭ dlia setok, ne sovpadaiushchykh s traektoriei treshchyny (Implementation of the method of compliance on the basis of FEM for grids that do not coincide with the crack trajectory) / A.Y. Huliari, T.A. Kushnyrenko, A.S. Sakharov // *Soprotivleniye materialov y teoriia sooruzheniy*. – 1981. – Vyp.38. – S.42–46.
5. *Yuda S.* Skorost rasprostraneniya treshchyn v plastynakh yz splava 7075-T6 pry tsyklycheskom rastiazheniy y poperechnom sdvyhe (The rate of propagation of cracks in the plates of alloy 7075-T6 under cyclic tension and transverse shear) / S. Yuda, A. Kobaiasy // *Tr. Amer. ob-va ynzhenеров-mekhanikov*. Ser. D. – 1969. – № 4. – S. 210–214.
6. *Maksimyuk Yu.V.* Vyznachennia trishchynostiikosti visesymetrychnykh til z urakhuvanniam formozminennia (Determination of the friction resistance of axisymmetric bodies, taking into account the shape change) / Yu.V. Maksimyuk // *Opir materialiv i teoriia sporud: nauk.-tekhn. zbirnyk* / –K.:KNUBA, 2018. – Vyp.100. – S. 202–213.
7. *Maksimyuk Yu.V.* Rozrakhunkovi spivvidnoshennia universalnogo skinchenoho elementa na osnovi momentnoi skhemy skinchenykh elementiv (Calculated ratios of a universal finite element based on a finite element timing scheme) / Yu.V. Maksimyuk // *Opir materialiv i teoriia sporud: nauk.-tekhn. zbirnyk* / –K.:KNUBA, 2015. – Vyp.94. – S. 244–251.
8. *Savruk M. P.* O raschete statycheskoi traektoriy rasprostraneniya treshchyn (About the calculation of the static trajectory of crack propagation) / M.P. Savruk, P.N. Osyv // *Problemy prochnosti*. – 1982. – №11. – S. 19–23.
9. *Erdohan F.O.* rasprostraneny treshchyn v plastynkakh pod deistviyem nahruzky v plioskosti y poperechnoho sdvyha (On the propagation of cracks in the plates under the action of load in the plane and transverse shear) / F. Erdohan, Dzh. Sy // *Trudy amer. ob-va ynzh.-mekh.* Ser. D. – 1963. – T. 85. – № 4. – S. 122–126.

Стаття надійшла до редакції 1.11.2018 р.

Bazhenov VA, Maksimyyuk Yu. V.

MATHEMATICAL MODELING OF THE PROCESSES OF DEVELOPMENT OF TRUNK CRACKS IN THE BODIES OF ROTATION OF THE COMPLEX STRUCTURE TAKING INTO ACCOUNT THE FORM-MODIFICATION

The step-by-step algorithm for determining of the trajectory of initial crack propagation in the bodies of rotation of the complex structure using FEM was developed and verified on the test examples. The result of calculation of the responsible object of modern technology are shown.

Determining of the fracture mechanics parameters is an important, but partial problem of fracture mechanics. In practice, there are cases when a small initial crack is known and it is necessary to determine the destruction conditions of the structure - the critical length of the crack at a given load. At the same time, the correctness of determining of the trajectory of initial crack propagation depends largely on the reliability of the calculation of fracture mechanics parameters along the trajectory. If it is not coinciding with the real one, it can lead to an incorrect assessment of the bearing capacity of the structure as a whole.

It should be noted that a small number of papers are devoted to the modeling of the crack development using the FEM [3]. The effectiveness of the method in this case depends to a large extent on the effectiveness of the finite element base and the methods of determining of the fracture mechanics parameters. In this paper, the focus is on the use of universal finite element [7], which allows to optimize the FEM discrete model when calculating the bodies of a complex structure. Determination of the fracture mechanics parameters is realized by the modified method of reactions, the effectiveness of which in the case of mixed fracture is demonstrated in the works [2, 6].

In this paper, we arrived at solutions of the new structure mechanics problems about the effect of form-modification on the life-time value and the fracture resistance of the structural elements of modern industry. It has been found that despite relatively small changes in the values of stress-strained state parameters the life-time of the stop valve has increased compared with the geometric linear calculation, which is essential for determining of the lifetime of this object.

Keywords: crack resistance, shape change, body of rotation, modified reaction method, linear and nonlinear parameters of fracture mechanics, connecting node of immersion container, stop valve of steam turbine.

Баженов В.А., Максимюк Ю.В.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАЗВИТИЯ МАГИСТРАЛЬНЫХ ТРЕЩИН В ТЕЛАХ ВРАЩЕНИЯ СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЫ С УЧЕТОМ ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ

Разработан и апробирован на тестовых примерах пошаговый алгоритм определения траектории развития начальной трещины в телах вращения сложной структуры МКЭ. Приведен результат расчета ответственного объекта современной техники.

В данной работе получены решения новых прикладных задач строительной механики о влиянии формоизменения на величину ресурса и трещиностойкости конструктивных элементов современной техники. Выявлено, что несмотря на относительно незначительные изменения параметров напряженно-деформированного состояния величина расчетного ресурса стопорного клапана увеличилась по сравнению с геометрически линейным расчетом, что имеет существенное значение для определения срока эксплуатации этого объекта.

Ключевые слова: трещиностойкость, формоизменение, тела вращения, модифицированный метод реакций, линейные и нелинейные параметры механики разрушения, соединительный узел погружаемого контейнера, стопорный клапан паровой турбины.

УДК 539.3

Баженов В.А., Максим'юк Ю.В. **Математичне моделювання процесів розвитку магистральних тріщин в тілах обертання складної структури з урахуванням формозмінення** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2018. – Вип. 101. – С. 111-120.

Розроблено і апробовано на тестових прикладах покроковий алгоритм визначення траєкторії розвитку початкової тріщини в тілах обертання складної структури МСЕ. Наведений результат розрахунку відповідального об'єкта сучасної техніки.

Табл. 1. Іл. 8. Бібліогр. 9 назв.

UDC 539.3

Bazhenov VA, Maximyuk Yu.V.

Mathematical modeling of the processes of development of trunk cracks in the bodies of rotation of the complex structure taking into account the form-modification // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 101. – P. 111-120.

The step-by-step algorithm for determining of the trajectory of initial crack propagation in the bodies of rotation of the complex structure using FEM was developed and verified on the test examples. The result of calculation of the responsible object of modern technology are shown.

Tabl. 1. Fig. 8. Ref. 9.

УДК 539.3

Баженов В.А., Максимюк Ю.В.

Математическое моделирование процессов развития магистральнх трещин в телах вращения сложной структуры с учетом формоизменения // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2018. - Вип. 101. - С. 111-120.

Разработан и апробирован на тестовых примерах пошаговый алгоритм определения траектории развития начальной трещины в телах вращения сложной структуры МКЭ. Приведен результат расчета ответственного объекта современной техники.

Табл. 1. Ил. 8. Библиогр. 9 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, академік Національної академії педагогічних наук України, директор НДІ будівельної механіки БАЖЕНОВ Віктор Андрійович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, БАЖЕНОВУ Віктору Андрійовичу

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29;

Мобільний тел.: +38(067) 111-22-33;

E-mail: vikabazh@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5802-9848>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА МАКСИМ'ЮК Юрій Всеволодович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, МАКСИМ'ЮКУ Юрію Всеволодовичу

Робочий тел.: +38(044) 241-55-38;

Мобільний тел.: +38(067) 230-94-72;

E-mail: maximyuk@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5814-6227>

ЗМІСТ

<i>Баженов В.А., Солодей І.І., Вабіщевич М.О., Стригун Р.Л.</i> Постановка еволюційної геометрично нелінійної задачі механіки руйнування для просторових тіл обертання та призматичних тіл	3
<i>Bazhenov V.A., Pogorelova O.S., Postnikova T.G., Lukianchenko O.O.</i> Wavelet transform using for analysis of vibroimpact system chaotic behavior	14
<i>Кривенко О.П., Ворона Ю.В.</i> Аналіз нестационарної реакції пружної оболонки на імпульсне навантаження	26
<i>Krivenko O.P.</i> Effect of static loads on the natural vibrations of ribbed shells	38
<i>Лук'янченко О.О., Палій О.М.</i> Чисельне моделювання стійкості параметричних коливань високої тонкостінної оболонки від'ємної гаусової кривизни	45
<i>Пискунов С.О., Шкріль О.О.</i> Визначення тріщиностійкості захисної оболонки ядерного реактору при термосиловому навантаженні	60
<i>Баженов В.А., Шишов О.В.</i> Застосування інформаційних технологій для контролю знань	67
<i>Лук'янченко О.О., Костіна О.В., Геращенко О.В.</i> Дослідження сейсмічної хвильової реакції просторової конструкції	83
<i>Валер В.В., Пискунов С.О.</i> Вплив температурних режимів на напружено-деформований стан деталей конструкцій	103
<i>Баженов В.А., Максим'юк Ю.В.</i> Математичне моделювання процесів розвитку магістральних тріщин в тілах обертання складної структури з урахуванням формозмінення	111

Наукове видання

ОПР МАТЕРІАЛІВ І ТЕОРІЯ СПОРУД
STRENGTH OF MATERIALS AND THEORY OF STRUCTURES

Науково-технічний збірник
Scientific-and-technical collected articles

Випуск 101

Головний редактор В.А.Баженов

Підп. до друку 23.11.18. Формат 60x90 ¹/₁₆. Папір друк №1.
Друк офсетний. Умовн. друк. арк. .
Тираж 100.

КНУБА
м. Київ, Повітрофлотський пр., 31. 03680.
